Základní poznatky o funkcích

Tajemství černé skříňky (Definice funkce, základní pojmy)

01 c, d, g, h **02** **a)** ANO; **b)** NE **03** $D(f)=\{2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6\}$; $H(f)=\{1;\ 4;\ 7\}$ **04** **a)** $D(f)=\{-2;\ -1;\ 0;\ 2;\ 5\}$; **b)** $H(f)=\{-18;\ -9;\ -3;\ 0;\ 3\}$; **c)** $f(0)=-3$; $f(2)=-9$; $f(-1)=0$; $f(-2)=3$ **05** $f(2)=-4$; $f(-1)=5$; $f\left(\frac{1}{12}\right)=\frac{7}{4}$; $f(-0{,}15)=2{,}45$ **06** **a)** $D(f)=\mathbf{R}-\{2\}$; **b)** $D(f)=\mathbf{R}$; **c)** $D(f)=\left\langle\frac{3}{7};\ \infty\right)$; **d)** $D(f)=\left(-\infty;\ \frac{5}{6}\right\rangle$; **e)** $D(f)=\left(-\frac{2}{3};\ \infty\right)$; **f)** $D(f)=\left\langle 4;\ \frac{9}{2}\right)\cup\left(\frac{9}{2};\ \infty\right)$; **g)** $D(f)=(-\infty;\ -4\rangle\cup(4;\ \infty)$; **h)** $D(f)=(-\infty;\ -3\rangle\cup\langle 1;\ \infty)$

07 **a)** $D(f)=\mathbf{R}$; $f(-5)=-1$; **b)** $D(f)=\mathbf{R}$; $f(0)=\frac{1}{2}$; $f\left(\frac{4}{3}\right)=\frac{1}{2}$; **c)** $D(f)=\mathbf{R}-\{4\}$; $f(7{,}5)=3$; **d)** $D(f)=\mathbf{R}-\{-4\}$; $f(2)=0$; $f(3)=0$ **08** Funkce *f* a *g* se sobě nerovnají, protože $D(f)\neq D(g)$; $D(f)=\mathbf{R}$; $D(g)=\mathbf{R}-\{-1\}$. **09** tabulka: první řádek 6; druhý řádek 5; 1 **10** **a)** $D(f)=\langle 0;\ 24\rangle$; $H(f)=\langle 99\,002;\ 101\,355\rangle$; **b)** $D(f)=\{1;\ 2;\ 3;\ \ldots;\ 119;\ 120\}$; $H(f)=\{36;\ 72;\ \ldots;\ 4\,320\}$ **11** **a)** např. $y=\sqrt{x-2}$; **b)** např. $y=\frac{1}{x-2}$; **c)** např. $y=\frac{1}{\sqrt{x-2}}$; **d)** např. $y=x-2$

Pozor na hlavu, vyrážíme do minulosti! (Graf funkce)

01 c, d, f **02** **a)** $A[2;\ 3]$; $B[-1;\ 3]$; $C[-3;\ 1]$ **03** a **05** **a)** $D(f)=(-2;\ 2\rangle$; $H(f)=(-3;\ 3\rangle$; **b)** $D(f)=\langle -1;\ 0\rangle\cup(1;\ 2)$; $H(f)=\{1\}$; **c)** $D(f)=(-\infty;\ 1)$; $H(f)=\langle -1;\ \infty)$; **d)** $D(f)=\langle -2;\ \infty)$; $H(f)=(-\infty;\ 2\rangle$ **06** **a)** $D(f_1)=\mathbf{R}$; $H(f_1)=\langle -1;\ \infty)$; $D(f_2)=(-1;\ 2)$; $H(f_2)=(0;\ 3)$; $D(f_3)=(-\infty;\ 0)\cup(0;\ \infty)$; $H(f_3)=(-\infty;\ 0)\cup(0;\ \infty)$; $D(f_4)=\mathbf{R}$; $H(f_4)=\langle -1;\ 1\rangle$; **b)** doplněné věty po sloupcích: $\emptyset$; f_3; f_1, f_4; f_2, f_3; f_1, f_2, f_4; f_4 **07** **a)** $P_x[-4;\ 0]$; $P_y[0;\ 2]$; **b)** $P_{x_1}[-1;\ 0]$; $P_{x_2}[2;\ 0]$; $P_y[0;\ 2]$; **c)** Funkce *f* nemá průsečík s osou *x*. $P_y[0;\ -3]$ **08** **a)** $P_x[-3;\ 0]$; $P_y[0;\ 3]$; **b)** Funkce *f* nemá průsečík s osou *x*. $P_y[0;\ 12]$; **c)** $P_{x_1}[1;\ 0]$; $P_{x_2}[-5;\ 0]$; $P_y[0;\ -5]$; **d)** $P_{x_1}[1;\ 0]$; $P_y[0;\ -2]$ **09** **a)** Grafu funkce náleží body *A*, *D*.; **b)** Grafu funkce náleží bod *D*.; **c)** Grafu funkce náleží bod A.; **d)** Grafu funkce náleží bod *C*.

11 **a)** 02. 06. 2013; **b)** Stav ohrožení nebylo potřeba vyhlásit.; **c)** 02. 06. 2013; **d)** 3 200 $m^3\cdot s^{-1}$; **e)** 04. 06. 2013

12 např. $[0;\ 0]$, $[0;\ 10]$, $[10;\ 10]$, $[30;\ 10]$, $[30;\ 30]$, $[50;\ 30]$

Nejedu moc rychle? (Vlastnosti funkcí)

01 tabulka po řádcích: f_1: NE, NE, NE, NE, ANO, NE, NE, NE, ANO, NE, ANO; f_2: NE, NE, NE, NE, NE, NE, ANO, ANO, ANO, ANO, ANO; f_3: NE, NE, NE, NE, NE, ANO, NE, NE, NE, NE, NE; f_4: ANO, NE, ANO, ANO, NE, ANO, NE, NE, NE, NE, NE **02** **a)** klesají; **b)** maximum; **c)** zdola; **d)** sudá; **e)** různé **03** **a)** NE; **b)** ANO; **c)** NE; **d)** ANO; **e)** ANO; **f)** ANO; **g)** ANO; **h)** ANO; **i)** NE; **j)** NE **04** **a)** 12; 0; 4; 8; **b)** -80; -17; 10; 4 **05** Definiční obor: $D(f)=\mathbf{R}$; $D(g)=\mathbf{R}$; $D(h)=\langle -4;\ 2\rangle$.; Obor hodnot: $H(f)=\mathbf{R}$; $H(g)=\langle 1;\ 3)$; $H(h)=\langle -3;\ 0\rangle$.; Rostoucí na intervalu: Funkce *f* je rostoucí na $\langle 0;\ 1\rangle$, funkce *g* je rostoucí na $\langle 0;\ \infty)$, funkce *h* je rostoucí na $\langle -1;\ 0\rangle$, $\langle 1;\ 2\rangle$.; Klesající na intervalu: Funkce *f* je klesající na $(-\infty;\ 0\rangle$, $\langle 1;\ \infty)$, funkce *g* je klesající na $(-\infty;\ 0\rangle$, funkce *h* je klesající na $\langle -4;\ -3\rangle$, $\langle 0;\ 1\rangle$.; Konstantní na intervalu: Funkce *f* a *g* nejsou konstantní na žádném intervalu, funkce *h* je konstantní na $\langle -3;\ -1\rangle$.; Lichá/sudá: Funkce *f* a *h* nejsou ani sudé ani liché, funkce *g* je sudá.; Omezená shora: Funkce *f* není shora omezená, funkce *g* je shora omezená číslem 3, funkce *h* je shora omezená číslem 0.; Omezená zdola: Funkce *f* není zdola omezená, funkce *g* je zdola omezená číslem 1, funkce *h* je zdola omezená číslem -3.; Omezená: Funkce *f* není omezená, funkce *g* a *h* jsou omezené.; Maximum: Funkce *f* a *g* nemají maximum, funkce *h* má maximum v bodech -4 a 2.; Minimum: Funkce *f* nemá minimum, funkce *g* má minimum v bodě 0, funkce *h* má minimum v každém bodě intervalu $x\in\langle -3;\ -1\rangle$; $x=1$. **07** **a)** $D(f)=(-3;\ -1)\cup(-1;\ 1)\cup(1;\ 3)$; **b)** $D(f)=(-3;\ -1)\cup(-1;\ 1)\cup(1;\ 3)$ **08** **a)** sudá; **b)** lichá; **c)** ani sudá ani lichá; **d)** ani sudá ani lichá **10** Obor hodnot: $\langle -6;\ 10\rangle$. Naměřené hodnoty teploty po dobu měření.; Rostoucí na intervalu: $\langle 4;\ 14\rangle$. Teplota rostla v době od 4 h do 14 h.; Klesající na intervalu: $\langle 0;\ 4\rangle$, $\langle 14;\ 24\rangle$. Teplota klesala v době od 0 h do 4 h a potom od 14 h do 24 h.; Konstantní na intervalu: není. Nebyla doba, kdy by se teplota neměnila.; Omezená shora: ano; $h=10$. Nejvyšší naměřená teplota.; Omezená zdola: ano; $d=-6$. Nejnižší naměřená teplota.; Omezená: ano. Měřené teploty se pohybovaly v rozmezí od $-6\,°C$ do $+10\,°C$.; Maximum v bodě: $x=14$. Nejvyšší naměřená teplota byla ve 14 h.; Minimum v bodě: ano; $x_1=4$; $x_2=24$. Nejnižší naměřená teplota byla ve 4 h a ve 24 h.

Lineární funkce

Čím víc, tím víc (Lineární funkce)

01 **a)** ANO; **b)** NE; **c)** ANO; **d)** NE; **e)** ANO; **f)** ANO **02** **a)** ANO; **b)** NE; **c)** NE; **d)** ANO **03** **a)** $a<0, b>0$; **b)** $a<0, b<0$; **c)** $a>0, b>0$; **d)** $a>0, b<0$; **e)** $a>0, b=0$; **f)** $a<0, b=0$; **g)** $a=0, b<0$; **h)** $a=0, b>0$ **04** **a)** $a=2, b=-3$, rostoucí; **b)** $a=0, b=3$, konstantní; **c)** $a=2, b=3$, rostoucí; **d)** $a=-2, b=3$, klesající; **e)** $a=-2, b=-3$, klesající; **f)** $a=0, b=0$, konstantní **05** d **06** **a)** ANO; **b)** ANO; **c)** ANO; **d)** NE **07** c **08** c **09** **a)** A6; **b)** B3; **c)** C4; **d)** D1 **10** **a)** přímka procházející bodem *A* rovnoběžná s osou x; **b)** přímka procházející bodem *A* a počátkem soustavy souřadnic **12** Pokud jsou u předpisů lineárních funkcí koeficienty *a* různé a koeficienty *b* stejné, pak jsou grafy různoběžné přímky, které mají společný průsečík s osou *y*. **13** Pokud jsou u předpisů lineárních funkcí koeficienty *a* stejné a koeficienty *b* různé, pak jsou grafy rovnoběžné přímky, které mají různé průsečíky s osou y. **14** **a)** $a = -2$; **b)** nemá řešení **15** **a)** A3; **b)** B4; **c)** C1; **d)** D2 **16** **a)** A2; **b)** B3; **c)** C4; **d)** D1 **17** **a)** $y = -1$; **b)** $y = x - 1$; **c)** $y = -4x + 1$; **d)** $y = 0{,}5x + 2$; **e)** $y = -3x$; **f)** $y = 0{,}25x$ **18** **a)** Bod A leží na grafu funkce f.; **b)** Bod B neleží na grafu funkce f (x-ová souřadnice bodu B nepatří do definičního oboru funkce). **19** **b)** $f\colon\ y = 2x + 1$; **c)** $P \in f$; $Q \notin f$; **d)** $P_x = \left[-\frac{1}{2};\ 0\right]$; $P_y = [0;\ 1]$ **20** $A = [0;\ -6]$, $B = [4;\ 0]$, $S = 12\ \text{j}^2$

21 **a)** $D(f) = (-3;\ 4)$; $H(f) = \{-3\}$, NE, NE, ANO, ANO, minimum v bodě $x \in (-3;\ 4)$, maximum v bodě $x \in (-3;\ 4)$; **b)** $D(f) = \langle 0;\ 1\rangle$; $H(f) = \langle -4;\ 0\rangle$, NE, ANO, NE, ANO, minimum v bodě $x = 1$, maximum v bodě $x = 0$; **c)** $D(f) = (-\infty;\ 2)$; $H(f) = \{4\}$, NE, NE, ANO, ANO, minimum v bodě $x \in (-\infty;\ 2)$, maximum v bodě $x \in (-\infty;\ 2)$; **d)** $D(f) = (-\infty;\ 3\rangle$; $H(f) = (-\infty;\ 6\rangle$, ANO, NE, NE, NE, minimum nemá, maximum v bodě $x = 3$; **e)** $D(f) = \langle -2;\ 2\rangle$; $H(f) = \langle -3;\ 5\rangle$, ANO, NE, NE, ANO, minimum v bodě $x = -2$, maximum v bodě $x = 2$; **f)** $D(f) = \langle -2;\ \infty)$; $H(f) = (-\infty;\ -2\rangle$, NE, ANO, NE, NE, minimum nemá, maximum v bodě $x = -2$ **22** $f\colon\ y = 1{,}8x + 32$ **23** **a)** $f\colon\ y = 0{,}7x + 3{,}5$; **c)** $D(f) = \langle 0;\ 5\rangle$; $H(f) = \langle 3{,}5;\ 7\rangle$, rostoucí ANO, klesající NE, konstantní NE, omezená ANO, minimum v bodě $x = 0$, maximum v bodě $x = 5$ **24** **b)** $D(f) = \langle 0;\ 4\rangle$; $H(f) = \langle 0;\ 18\,000\rangle$, rostoucí NE, klesající NE, konstantní NE, rostoucí na žádném intervalu, klesající na intervalech $\langle 0;\ 1{,}5\rangle$, $\langle 2;\ 4\rangle$, konstantní na intervalu $\langle 1{,}5;\ 2\rangle$, omezená shora ANO, omezená zdola ANO, omezená ANO, minimum v bodě $x = 4$, maximum v bodě $x = 0$

25 **b)** $f_1\colon\ y = -5$; $f_2\colon\ y = \frac{5}{2}x + 5$; $f_3\colon\ y = -x + 5$ **27** Grafy jsou přímky rovnoběžné s grafem funkce g. **28** d **29** b **30** **a)** $x \in (2;\ \infty)$; **b)** $f_1\colon\ y = 2x + b$; $b \in \mathbf{R}$; **c)** $f_2\colon\ y = -2x - 4$; **d)** $f_3\colon\ y = -2x + 4$ **31** **a)** NE; **b)** NE; **c)** NE; **d)** ANO; **e)** ANO; **f)** ANO **32** $B = [5{,}6;\ 7]$, $C = [10;\ 12{,}5]$ **33** $a = 0{,}5$ **34** $b = -2$

Jaký je kurz? (Grafické řešení lineárních rovnic, nerovnic a jejich soustav)

01 a, b, d **02** c **03** **a)** NE; **b)** ANO; **c)** ANO; **d)** ANO **04** **a)** jedno řešení, $f\colon\ y = 2x + 1$; **b)** žádné řešení, $f\colon\ y = -2$; **c)** nekonečně mnoho řešení, $f\colon\ y = 0$; **d)** žádné řešení, $f\colon\ y = 2x + 1$, $g\colon\ y = 2x + 3$; **e)** nekonečně mnoho řešení, $f\colon\ y = 2x + 1$, $g\colon\ y = 2x + 1$; **f)** jedno řešení, $f\colon\ y = 2x + 1$, $g\colon\ y = -2$ **05** **b)** NE, ANO, NE, ANO

06 **a)** $K = \left\{\frac{1}{2}\right\}$; **b)** $K = \{-2\}$; **c)** $K = \emptyset$; **d)** $K = \mathbf{R}$ **07** $f\colon\ y = -x + 1$, $g\colon\ y == -4x - 2$, $K = \{[-1;\ 2]\}$ **08** **a)** $K = \{[-2;\ -7]\}$; **b)** $K = \left\{\left[x;\ \frac{1}{2}x + 2\right]\right\}$; $x \in \mathbf{R}$; **c)** $K = \emptyset$ **09** U prvních tří zadaných funkcí existuje více možných řešení: $f_1\colon\ y = -x + 2$, $g_1\colon\ y = x$, $K_1 = \{[1;1]\}$; $f_2\colon\ y = \frac{x}{2} - 2$, $g_2\colon\ y = \frac{x}{2} + 1$, $K_2 = \emptyset$; $f_3\colon\ y = \frac{x}{2} + \frac{3}{2}$, $g_3\colon\ y = -x$, $K_3 = \{[-1;\ 1]\}$; $f_4\colon\ y = -5x - 3$, $g_4\colon\ y = -5x - 3$, $K_4 = \mathbf{R}$ **10** **a)** A3; **b)** B6; **c)** C7; **d)** D2

12 $y \le \frac{5}{3}x + \frac{5}{3}$ **13** **a)** A7; **b)** B8; **c)** C1; **d)** D5 **14** c **16** **a)** $y \le 1{,}2x - 0{,}6$ a $y < -0{,}25x + 2$; **b)** správné odpovědi po řádcích: NE, ANO, NE, ANO, NE, NE

17 **b)** $x = 1$, $x \in (1;\ \infty)$, $x \in (-\infty;\ 1\rangle$, $x \in (-\infty;\ 1)$, $x \in \langle 1;\ \infty)$ **18** **b)** $x = \frac{3}{2}$, $x \in (-\infty;\ 2\rangle$, $x \in \left\langle \frac{3}{2};\ \infty\right)$, $x \in \left(-\infty;\ \frac{5}{2}\right)$, $x \in (1;\ \infty)$, $x \in \left\langle \frac{1}{2};\ 3\right\rangle$

19 **a)** 0 řešení; **b)** 1 řešení; **c)** 1 řešení; **d)** nekonečně mnoho řešení **21** Čas dojezdu k tonoucímu je 8 minut. **22** Osobní vlak musí pustit rychlík ve stanici Svitavy.

25 $y \ge 1$, $y > -\frac{1}{3}x + 2$, $y \ge -x + 1$

Kino, nebo televize? (Funkce s absolutní hodnotou)

01 **a)** $x = 0$; **b)** $x = 3$; **c)** $x = -2{,}5$; **d)** $x = 5$ **02** **a)** $f\colon\ y = |x|$; $D(f) = \mathbf{R}$; $H(f) = \langle 0;\ \infty)$; **b)** $f\colon\ y = -|x|$; $D(f) = \mathbf{R}$; $H(f) = (-\infty;\ 0\rangle$; **c)** $f\colon\ y = |x| + 1$; $D(f) = \mathbf{R}$; $H(f) = \langle 1;\ \infty)$; **d)** $f\colon\ y = |x| - 1$; $D(f) = \mathbf{R}$; $H(f) = \langle -1;\ \infty)$; **e)** $f\colon\ y = |x - 1|$; $D(f) = \mathbf{R}$; $H(f) = \langle 0;\ \infty)$; **f)** $f\colon\ y = |x + 1|$; $D(f) = \mathbf{R}$; $H(f) = \langle 0;\ \infty)$ **03** **a)** $f\colon\ y = |2x| - 1$, nulový bod $x = 0$; $D(f) = \mathbf{R}$; $H(f) = \langle -1;\ \infty)$, rostoucí na intervalu $\langle 0;\ \infty)$, klesající na intervalu $(-\infty;\ 0\rangle$, maximum nemá, minimum v bodě $x = 0$, omezená shora není, omezená zdola $d = -1$; **b)** $f\colon\ y = |2x - 1|$, nulový bod $x = 0{,}5$; $D(f) = \mathbf{R}$; $H(f) = \langle 0;\ \infty)$, rostoucí na intervalu $\langle 0{,}5;\ \infty)$, klesající na intervalu $(-\infty;\ 0{,}5\rangle$, maximum nemá, minimum v bodě $x = 0{,}5$, omezená shora není, omezená zdola $d = 0$; **c)** $f\colon\ y = -|x - 1|$, nulový bod $x = 1$; $D(f) = \mathbf{R}$; $H(f) = (-\infty;\ 0\rangle$, rostoucí na intervalu $(-\infty;\ 1\rangle$, klesající na intervalu $\langle 1;\ \infty)$, maximum v bodě $x = 1$, minimum nemá, omezená shora $h = 0$, omezená zdola není; **d)** $f\colon\ y = |x - 2|$, nulový bod $x = 2$; $D(f) = \mathbf{R}$; $H(f) = \langle 0;\ \infty)$, rostoucí na intervalu $\langle 2;\ \infty)$, klesající na intervalu $(-\infty;\ 2\rangle$, maximum nemá, minimum v bodě $x = 2$, omezená shora není, omezená zdola $d = 0$ **05** **a)** $D(f) = \mathbf{R}$; $H(f) = \langle -5;\ \infty)$, prostá NE, sudá ANO, lichá NE, konstantní na intervalu žádném, rostoucí na intervalu $\langle 0;\ \infty)$, klesající na intervalu $(-\infty;\ 0\rangle$, maximum nemá, minimum v bodě $x = 0$, omezená shora není, omezená zdola $d = -5$; **b)** $D(f) = \mathbf{R}$; $H(f) = \langle -2;\ \infty)$, prostá NE, sudá NE, lichá NE, konstantní na intervalu žádném, rostoucí na intervalu $\langle 4;\ \infty)$, klesající na intervalu $(-\infty;\ 4\rangle$, maximum nemá, minimum v bodě $x = 4$, omezená shora není, omezená zdola $d = -2$; **c)** $D(f) = \mathbf{R}$; $H(f) = (-\infty;\ 1\rangle$, prostá NE, sudá NE, lichá NE, konstantní na intervalu $\langle 2;\ \infty)$, rostoucí na intervalu $(-\infty;\ 2\rangle$, klesající na intervalu žádném, maximum v bodě $x \in \langle 2;\ \infty)$, minimum nemá, omezená shora $h = 1$, omezená zdola není

Kvadratická funkce

Oblouk zvaný parabola (Kvadratická funkce)

01 **a)** ANO; **b)** NE; **c)** ANO; **d)** ANO; **e)** NE; **f)** NE; **g)** ANO; **h)** ANO; **i)** NE; **j)** NE **02** **a)** $5, -4, 1$; **b)** $-3, 2, 6$; **c)** $6, -11, -2$; **d)** $9, -24, 17$; **e)** $2, 0, -7$; **f)** $-2, 6, 0$; **g)** $-3, 6, 0$; **h)** $-6, 11, 2$; **i)** $\frac{1}{2}, 0, 0$; **j)** $-\frac{2}{5}, \frac{1}{3}, 0$ **03** **a)** NE; **b)** ANO; **c)** ANO; **d)** NE **04** **a)** ANO; **b)** NE **05** **a)** C; **b)** E; **c)** A; **d)** D **06** **a)** $b=-9$; **b)** $b=2{,}5$; **c)** $b \in \mathbf{R}$; **d)** Vhodné b neexistuje. **07** $4; \frac{9}{4}; 1; \frac{1}{4}; 0; \frac{1}{4}; 1; \frac{9}{4}; 4$ **10** **a)** A1; **b)** B6; **c)** C5; **d)** D3 **11** **a)** $P_{x_1}[-2;\ 0]$; $P_{x_2}[2;\ 0]$; $V[0;\ -4]$; **b)** $P_{x_1}[-3;\ 0]$; $P_{x_2}[1;\ 0]$; $V[-1;\ -4]$; **c)** $P_{x_1}[-5;\ 0]$; $P_{x_2}[-1;\ 0]$; $V[-3;\ -4]$; **d)** $P_{x_1}[-1;\ 0]$; $P_{x_2}[1;\ 0]$; $V[0;\ 2]$ **12** **a)** přiřazení v pořadí zleva doprava: f_5, f_1, f_4, f_6; **b)** průsečíky grafu funkce f_5 s osami x, y: $P_{5x_1}[1+\sqrt{2};\ 0]$; $P_{5x_2}[1-\sqrt{2};\ 0]$; $P_{5y}[0;\ -1]$, průsečíky grafu funkce f_1 s osami x, y: průsečík s osou x neexistuje, $P_{1y}[0;\ 3]$, průsečíky grafu funkce f_4 s osami x, y: průsečík s osou x neexistuje, $P_{4y}[0;\ 3]$, průsečíky grafu funkce f_6 s osami x, y: průsečík s osou x neexistuje, $P_{6y}[0;\ -3]$; **c)** $V_5[1;\ -2]$; $V_1[-1;\ 2]$; $V_4[1;\ 2]$; $V_6[1;\ -2]$; **d)** $D(f_5)=\mathbf{R}$; $H(f_5)=\langle -2;\ \infty)$; $D(f_1)=\mathbf{R}$; $H(f_1)=\langle 2;\ \infty)$; $D(f_4)=\mathbf{R}$; $H(f_4)=\langle 2;\ \infty)$; $D(f_6)=\mathbf{R}$; $H(f_6)=(-\infty;\ -2\rangle$ **13** **a)** $V[0;\ -10]$; **b)** $V[-3;\ 0]$; **c)** $V[-6;\ -7]$; **d)** $V[3;\ -1]$; **e)** $V[-4;\ -17]$; **f)** $V[2;\ -7]$ **14** **a)** A6; **b)** B1; **c)** C4; **d)** D2 **15** **a)** ANO; **b)** NE; **c)** ANO; **d)** NE **16** **a)** Minimum v bodě $x=\frac{1}{2}$.; **b)** $P_{x_1}=\left[\frac{3}{2};\ 0\right]$; $P_{x_2}=\left[-\frac{1}{2};\ 0\right]$; $P_y=[0;\ -3]$ **17** **a)** $D(f)=\langle -2;\ 2\rangle$; $H(f)=\langle -1;\ 3\rangle$, rostoucí na intervalu $\langle -2;\ 0\rangle$, klesající na intervalu $\langle 0;\ 2\rangle$, maximum v bodě $x=0$, minimum v bodě $x=-2, x=2$, omezená shora ANO, omezená zdola ANO, omezená ANO, prostá NE, sudá ANO, lichá NE; **b)** $D(f)=(-2;\ 1)$; $H(f)=\langle -1;\ 3)$, rostoucí na intervalu $\langle -1;\ 1)$, klesající na intervalu $(-2;\ -1\rangle$, maximum nemá, minimum v bodě $x=-1$, omezená shora ANO, omezená zdola ANO, omezená ANO, prostá NE, sudá NE, lichá NE **18** **a)** NE; **b)** ANO; **c)** ANO; **d)** NE **19** $f\colon\ y=\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}$ **20** **b)** $f\colon\ y=0{,}5x^2-x-1$; **c)** $f\colon\ y=x^2+2x-2$ **21** 12 **22** **a)** $f\colon\ y=x^2-4x$; **b)** $P\notin f$, $Q\in f$; **c)** $P_{x_1}[0;\ 0]$; $P_{x_2}[4;\ 0]$; $P_y[0;\ 0]$; **e)** $D(f)=R$; $H(f)=\langle -4;\ \infty)$; **f)** $V[2;\ -4]$ **23** c **24** **a)** $V[1;\ -4]$; $P_{x_1}[3;\ 0]$; $P_{x_2}[-1;\ 0]$; $P_y[0;\ -3]$; **c)** $f_2\colon\ y=x^2+2x-3$; **d)** $f_3\colon\ y=-x^2+2x+3$ **25** $f\colon\ y=-x^2+6x$ **26** $f\colon\ y=x^2-4$ **27** $f\colon\ y=x^2-4x+3$ **28** $s=\frac{1}{2}t^2+10t+5$

29 **a)** $f\colon\ y=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x$; **b)** K seřazení čísel je potřeba 105 výpočetních kroků.

Musel se potopit? (Grafické řešení kvadratických rovnic, nerovnic a jejich soustav)

01 **a)** jedno řešení, $K=\{-1\}$; **b)** dvě řešení, $K=\{-1;\ 1\}$; **c)** žádné řešení, $K=\emptyset$; **d)** dvě řešení, $K=\{0;\ 2\}$ **02** **a)** $(x+1)^2-1>0$, $K=(-\infty;\ -2)\cup(0;\ \infty)$; **b)** $2\cdot(x+1{,}5)^2-0{,}5<0$, $K=(-2;\ -1)$; **c)** $-4x^2+4\geq 0$, $K=\langle -1;\ 1\rangle$; **d)** $-2\cdot(x+1)^2\leq 0$, $K=\mathbf{R}$ **03** **a)** jedno řešení, $K=\{[0;-2]\}$; **b)** dvě řešení, $K=\{[-1;\ -1];\ [0;\ 1]\}$; **c)** žádné řešení, $K=\emptyset$; **d)** dvě řešení, $K=\{[1;\ -1];\ [-1;\ -1]\}$ **04** **b)** $K=\{-2;\ 3\}$; **c)** $K=\{-2;\ 2\}$; **d)** $K=\emptyset$ **05** d **06** $K=(-\infty;\ -1)\cup(5;\ \infty)$ **07** **a)** $K=R-\{1\}$; $K=R$; $K=\emptyset$; $K=\{1\}$; **b)** $K=\emptyset$; $K=\emptyset$; $K=\mathbf{R}$; $K=\mathbf{R}$ **08** c **09** **a)** $D(f)=(-\infty;\ -2\rangle\cup\langle 2;\ \infty)$; **b)** $D(f)=(1;\ 3)$ **10** **a)** $K=\{[1;\ 1];\ [4;\ 4]\}$; **b)** $K=\{[1;\ 1]\}$; **c)** $K=\{[4;\ -2]\}$; **d)** $K=\emptyset$ **11** **a)** NE; **b)** NE; **c)** ANO; **d)** NE **12** $K=\{[3;\ 9];\ [8;\ 4]\}$

13 **a)** Maximální teplota byla dosažena ve 12 hodin.; **b)** Teplota vystoupila nad bod mrazu v 6 hodin ráno.; **c)** $f\colon\ y=-\frac{1}{4}\cdot(x-12)^2+9$; **e)** $t_{\max}=9°C$; **f)** Teplota vyšší než 8°C byla celkem 4 hodiny.

Lineární lomená funkce

Chcete být milionářem? (Nepřímá úměrnost)

01 **a)** NE; **b)** ANO; **c)** ANO; **d)** NE **02** **a)** ANO; **b)** NE; **c)** NE; **d)** NE; **e)** ANO; **f)** ANO **03** **a)** $k=\frac{4}{3}$; **b)** $k=-\frac{1}{2}$; **c)** $k=2$; **d)** $k=\frac{1}{2}$ **04** **a)** ANO; **b)** NE; **c)** ANO; **d)** NE; **e)** NE **05** **a)** A5; **b)** B1; **c)** C6; **d)** D4 **06** **a)** ANO; **b)** ANO; **c)** ANO; **d)** NE; **e)** NE; **f)** ANO; **g)** ANO **07** **a)** NE; **b)** NE; **c)** ANO; **d)** ANO; **e)** NE; **f)** ANO; **g)** NE; **h)** NE; **i)** ANO; **j)** ANO **08** **a)** $f\colon\ y=-\frac{12}{x}$; **b)** $P\in f$; $Q\notin f$; **c)** doplněná tabulka řádek y: 3, 4, 6, 12, není definováno, −12, −6, −4, −3 **09** doplněná tabulka řádek x: −1, 2, 4, doplněná tabulka řádek y: $\frac{1}{6}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{9}$, $k=-\frac{1}{3}$ **11** **a)** $f\colon\ y=-\frac{8}{x}$; $D(f)=\mathbf{R}-\{0\}$; $H(f)=\mathbf{R}-\{0\}$, rostoucí na intervalech $(-\infty;\ 0)$, $(0;\ \infty)$, klesající na intervalech není, prostá ANO, omezená NE, maximum NE, minimum NE, sudá NE, lichá ANO; **b)** $g\colon\ y=\frac{0{,}5}{x}$; $D(g)=\mathbf{R}-\{0\}$; $H(g)=\mathbf{R}-\{0\}$, rostoucí na intervalech není, klesající na intervalech

$(-\infty; 0)$, $(0; \infty)$, prostá ANO, omezená NE, maximum NE, minimum NE, sudá NE, lichá ANO; **c)** h: $y=\frac{0,4}{x}$; $D(h)=(0; \infty)$; $H(h)=(0; \infty)$, rostoucí na intervalech není, klesající na intervalech $(0; \infty)$, prostá ANO, omezená NE, maximum NE, minimum NE, sudá NE, lichá NE **12** b **13** **b)** $f(-2)=1$; $f(0,5)=-4$; **d)** g: $y=\frac{2}{x}$; **e)** $g(-2)=-1$; $g(0,5)=4$; **f)** ANO **14** $D(f)=\mathbf{R}-\{0\}$; $H(f)=(0; \infty)$, rostoucí na intervalu $(-\infty; 0)$, klesající na intervalu $(0; \infty)$, prostá NE, omezená NE, maximum NE, minimum NE, sudá ANO, lichá NE **15** b **16** **a)** f: $y=\frac{1\,400}{x}$; **c)** Pronájem se Patrikovi a jeho kamarádům vyplatí při počtu více než 20 plavců. **17** **a)** V ovocném sadu je 60 stromů.; **b)** f: $y=\frac{60}{x}$; **d)** Při účasti čtyř brigádníků otrhá každý v průměru 15 stromů, při účasti šesti brigádníků otrhá každý v průměru 10 stromů a při účasti dvanácti brigádníků otrhá každý v průměru 5 stromů.

Bohatství, nebo nic! (Lineární lomená funkce)

01 **a)** ANO; **b)** NE; **c)** NE; **d)** ANO; **e)** ANO; **f)** ANO **02** **a)** NE; **b)** ANO; **c)** ANO; **d)** NE **03** **a)** $k=3$, $m=-1$, $n=-2$; $x=-1$, $y=-2$; **b)** $k=-1$, $m=2$, $n=3$; $x=2$, $y=3$; **c)** $k=-\frac{1}{2}$, $m=5$, $n=0$; $x=5$, $y=0$; **d)** $k=10$, $m=0$, $n=-6$; $x=0$, $y=-6$; **e)** $k=-2$, $m=0$, $n=3$; $x=0$, $y=3$; **f)** $k=-2$, $m=1$, $n=3$; $x=1$, $y=3$ **04** **a)** klesající na intervalech; **b)** rostoucí na intervalech; **c)** rostoucí na intervalech; **d)** klesající na intervalech **05** c **06** **a)** A4; **b)** B1; **c)** C2; **d)** D7 **07** **a)** $x=1$, $y=3$; **b)** doplněná tabulka řádek y: 4, 5, nedí definováno, -1, 1, $\frac{5}{3}$, 2, $\frac{7}{3}$, $\frac{5}{2}$

08 **a)** $P_y\left[0; \frac{1}{2}\right]$; **b)** $P_x\left[-\frac{2}{3}; 0\right]$; **c)** $P_x[-2; 0]$; $P_y\left[0; -\frac{4}{3}\right]$; **d)** $P_y\left[0; \frac{1}{2}\right]$ **09** **a)** $y=\frac{4}{x}+1$; **b)** $y=\frac{2}{x-1}+1$; **c)** $y=\frac{1,5}{x-2}+0,5$

10 **a)** $y=\frac{1}{x-1}+1$; $P_x[0; 0]$; $x=1$, $y=1$; **b)** $y=\frac{6}{x-2}+1$; $P_x[-4; 0]$; $P_y[0; -2]$; $x=2$, $y=1$; **c)** $y=\frac{-3}{x-1}+2$; $P_x[2,5; 0]$; $P_y[0; 5]$; $x=1$, $y=2$; **d)** $y=\frac{2}{x-3}-1$; $P_x[5; 0]$; $P_y\left[0; -\frac{5}{3}\right]$; $x=3$, $y=-1$ **11** **a)** $D(f)=\mathbf{R}-\{3\}$; $H(f)=\mathbf{R}-\{2\}$, rostoucí na intervalech není, klesající na intervalech $(-\infty; 3)$, $(3; \infty)$, prostá ANO, omezená NE, maximum v bodě nemá, minimum v bodě nemá; **b)** f: $y=\frac{5}{x+1}-1$, $x=-1$, $y=-1$; $D(f)=\mathbf{R}-\{-1\}$; $H(f)=\mathbf{R}-\{-1\}$, rostoucí na intervalech není, klesající na intervalech $(-\infty; -1)$, $(-1; \infty)$, prostá ANO, omezená NE, maximum v bodě nemá, minimum v bodě nemá; **c)** f: $y=\frac{0,5}{x+2}$, $x=-2$, $y=0$; $D(f)=\langle -3; -2)\cup(-2; 2)$; $H(f)=\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right\rangle\cup\left(\frac{1}{8}; \infty\right)$, rostoucí na intervalech není, klesající na intervalech $\langle -3; -2)$, $(-2; 2)$, prostá ANO, omezená NE, maximum v bodě nemá, minimum v bodě nemá **13** **a)** ANO; **b)** ANO; **c)** NE; **d)** NE; **e)** ANO; **f)** NE; **g)** ANO; **h)** ANO

14 **a)** $D(f)=\mathbf{R}-\{-0,5; 0\}$; **b)** $y=\frac{-0,5}{x+0,5}+1$; **c)** $x=-0,5$; $y=1$ **15** c **16** f: $y=\frac{-12}{x+2}+1$

Mocninná funkce

(Ne)patrná odměna (Mocninná funkce s celočíselným exponentem)

01 **a)** ANO; **b)** NE; **c)** ANO; **d)** ANO; **e)** ANO; **f)** NE; **g)** NE; **h)** ANO **02** **a)** $D(f)=\mathbf{R}$; **b)** $D(f)=\mathbf{R}$; **c)** $D(f)=\mathbf{R}$; **d)** $D(f)=\mathbf{R}-\{2\}$; **e)** $D(f)=\mathbf{R}-\{0\}$; **f)** $D(f)=\mathbf{R}-\{1\}$
03 **a)** ANO; **b)** NE; **c)** NE; **d)** ANO **04** **a)** LICHÉ; $k\in Z^-$; **b)** SUDÉ; $k\in N$; **c)** LICHÉ; $k\in N$; **d)** SUDÉ; $k\in Z^-$ **05** **a)** A2; **b)** B1; **c)** C1; **d)** D3 **06** **a)** $m=-1, n=-2$; $D(f)=\mathbf{R}$; $H(f)=\langle -2; \infty)$, rostoucí na intervalu $\langle -1; \infty)$, klesající na intervalu $(-\infty; -1\rangle$, prostá NE, omezená shora NE, omezená zdola ANO, omezená NE, maximum nemá, minimum v bodě $x=-1$, sudá NE, lichá NE; **b)** $m=1, n=-3$; $D(f)=\mathbf{R}$; $H(f)=\mathbf{R}$, rostoucí na intervalu $(-\infty; \infty)$, klesající na intervalu není, prostá ANO, omezená shora NE, omezená zdola NE, omezená NE, maximum nemá, minimum nemá, sudá NE, lichá NE; **c)** $m=-1, n=1$; $D(f)=\mathbf{R}-\{-1\}$; $H(f)=\mathbf{R}-\{1\}$, rostoucí na intervalech $(-\infty; -1)$, $(-1; \infty)$, klesající na intervalu není, prostá ANO, omezená shora NE, omezená zdola NE, omezená NE, maximum nemá, minimum nemá, sudá NE, lichá NE; **d)** $m=0, n=0$; $D(f)=\mathbf{R}-\{0\}$; $H(f)=(0; \infty)$, rostoucí na intervalu $(-\infty; 0)$, klesající na intervalu $(0; \infty)$, prostá NE, omezená shora NE, omezená zdola ANO, omezená NE, maximum nemá, minimum nemá, sudá ANO, lichá NE **07** **a)** lichá; **b)** sudá; **c)** je pouze rostoucí; **d)** je omezená zdola; **e)** 6; **f)** $\mathbf{R}-\{0\}$; **g)** 3; **h)** -8

09 **a)** $\left(\frac{2}{5}\right)^8<(-0,6)^8<(-7)^8<8^8$; **b)** $\left(-\frac{1}{4}\right)^{11}<(-0,2)^{11}<\left(\frac{1}{5}\right)^{11}<0,25^{11}$; **c)** $10^{-6}<(-4)^{-6}<(-2)^{-6}<1^{-6}$; **d)** $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-13}<(-0,8)^{-13}<18^{-13}<2^{-13}$

10 c **12** **a)** je; **b)** je; **c)** nemůže; **d)** může; **e)** má **13** **a)** -4; **b)** 6; **c)** -5; **d)** 3

Jak rychle padá kámen? (Inverzní funkce a funkce s odmocninou)

01 **a)** je; **b)** nejsou; **c)** existuje; **d)** rostoucí; **e)** je **02** b **03** **a)** ANO; **b)** NE; **c)** NE; **d)** ANO **04** **a)** ANO; **b)** NE; **c)** NE; **d)** NE; **e)** ANO; **f)** ANO; **g)** ANO; **h)** NE
05 **a)** ANO; **b)** NE; **c)** ANO; **d)** NE **06** **a)** NE; **b)** ANO; **c)** NE; **d)** ANO; **e)** NE; **f)** NE; **g)** ANO; **h)** NE; **i)** ANO; **j)** NE **07** **a)** NE; **b)** ANO; **c)** ANO; **d)** NE **08** **a)** A3; **b)** B3 **09** c

10 **a)** A2; **b)** B4; **c)** C1; **d)** D3 **11** $f\colon y = -2x + 2$; $D(f) = \langle -1;\ 3\rangle$; $H(f) = \langle -4;\ 4\rangle$; $f^{-1}\colon y = -\frac{x}{2} + 1$; $D(f^{-1}) = \langle -4;\ 4\rangle$; $H(f^{-1}) = \langle -1;\ 3\rangle$, doplněná tabulka řádek $f(x)$: 4; 3; 2; 1; 0; −1; −2; −3; −4, doplněná tabulka řádek $f^{-1}(x)$: 3; 2,5; 2; 1,5; 1; 0,5; 0; −0,5; −1 **12** $D(f) = \mathbf{R}$; $H(f) = \mathbf{R}$; $P_x\left[\frac{1}{3};\ 0\right]$; $P_y[0;\ -1]$, rostoucí ANO, klesající NE, prostá ANO, omezená shora NE, omezená zdola NE, omezená NE, maximum v bodě nemá, minimum v bodě nemá; $f^{-1}\colon y = \frac{x}{3} + \frac{1}{3}$; $D(f^{-1}) = \mathbf{R}$; $H(f^{-1}) = \mathbf{R}$; $P_x[-1;\ 0]$; $P_y\left[0;\ \frac{1}{3}\right]$, rostoucí ANO, klesající NE, prostá ANO, omezená shora NE, omezená zdola NE, omezená NE, maximum v bodě nemá, minimum v bodě nemá

13 **a)** $f^{-1}\colon y = \frac{x}{2} + 2$; $D(f^{-1}) = \mathbf{R}$; **b)** $f^{-1}\colon y = \sqrt{x-1} + 4$; $D(f^{-1}) = \langle 1;\ \infty)$; **c)** $f^{-1}\colon y = (x+2)^2$; $D(f^{-1}) = \langle -2;\ \infty)$ **14** **a)** $H(f) = (-3{,}5;\ -1)$; $f^{-1}\colon y = 2x + 4$; $D(f^{-1}) = (-3{,}5;\ -1)$; $H(f^{-1}) = (-3;\ 2)$; **b)** $D(f) = \langle -1;\ \infty)$; $H(f) = \langle 0;\ \infty)$, $f^{-1}\colon y = \sqrt{x} - 1$; $D(f^{-1}) = \langle 0;\ \infty)$ **15** $f\colon y = -x^2 + 4$; $D(f) = \langle 0;\ \infty)$; $H(f) = (-\infty;\ 4\rangle$; $P_x[2;\ 0]$; $P_y[0;\ 4]$, rostoucí NE, klesající ANO, prostá ANO, omezená shora ANO, omezená zdola NE, omezená NE, maximum v bodě $x = 0$, minimum nemá; $f^{-1}\colon y = \sqrt{4-x}$; $D(f^{-1}) = (-\infty;\ 4\rangle$; $H(f^{-1}) = \langle 0;\ \infty)$; $P_x[4;\ 0]$; $P_y[0;\ 2]$, rostoucí NE, klesající ANO, prostá ANO, omezená shora NE, omezená zdola ANO, omezená NE, maximum nemá, minimum v bodě $x = 4$ **18** $D(f) = \mathbf{R} - \{-2\}$; $H(f) = \mathbf{R} - \{1\}$ **19** **a)** $D(f) = (0;\ \infty\rangle$; $H(f) = \langle 2;\ \infty)$; **b)** $D(f) = \langle 1;\ \infty)$; $H(f) = \langle 0;\ \infty)$; **c)** $D(f) = (-\infty;\ 3\rangle$; $H(f) = \langle 0;\ \infty)$; **d)** $D(f) = \langle 0;\ \infty)$; $H(f) = \langle -1;\ \infty)$; **e)** $D(f) = \langle 1;\ \infty)$; $H(f) = \langle 0;\ \infty)$; **f)** $D(f) = \langle 0;\ \infty)$; $H(f) = (-\infty;\ 0\rangle$ **20** $|OP| = 4\cdot\sqrt{2}$