Základní planimetrické pojmy

Zde stojíte (Přímka a její části, vzájemná poloha bodů a přímek)

01 **a)** polopřímka KM; **b)** bod K; **c)** přímka KL; **d)** úsečka KL; **e)** přímka KL; **f)** totožná **02** **a)** polorovina KLN; **b)** přímka KL; **c)** rovina KLM; **d)** ML, K **03** **a)** NE; **b)** NE; **c)** ANO; **d)** NE **04** **a)** $S \neq R, S \in n, S \in s, S \notin m, R \in s, R \in m, R \notin n, m \| n, m \not\parallel s, n \not\parallel s$; **b)** $n \cap s = \{S\}, m \cap s = \{R\}, m \cap n = \emptyset$ **05** **a)** $C \in \leftrightarrow AB$; **b)** $D \notin \mapsto AB$; **c)** $\leftrightarrow KL \subset \leftrightarrow ABC$; **d)** $\mapsto ABC = \mapsto pD$; **e)** $AB \subset \mapsto CDE$; **f)** $\leftrightarrow AB \cup \leftrightarrow CD$; **g)** $\mapsto AC \cap \mapsto CA = AC$; **h)** $P \in \leftrightarrow AB \cap \leftrightarrow CD$ **06** **a)** 60; **b)** $|GH| < |GI| < |FI|$; **c)** S úsečkou AE jsou shodné 2 úsečky. Platí: $AE \cong AO \cong OE$; **d)** $BK \cap GN = GK$ **08** **a)** ANO; **b)** ANO; **c)** ANO; **d)** ANO; **e)** ANO; **f)** NE; **g)** NE; **h)** ANO **09** **a)** prázdná množina nebo bod; **b)** prázdná množina, bod nebo úsečka; **c)** prázdná množina, bod, úsečka nebo polopřímka; **d)** prázdná množina, bod nebo úsečka **10** **1)** 0 průsečíků, 4 části; **2)** 1 průsečík, 6 částí; **3)** 2 průsečíky, 6 částí; **4)** 3 průsečíky, 7 částí **11** Využijeme grafický součet úseček. **12** Graficky sečteme úsečky m, n a sestrojíme osu takto získané úsečky. Pro hledané úsečky platí: $a = \dfrac{m+n}{2}$, $b = m - a$ **13** **a)** ANO; **b)** ANO; **c)** ANO; **d)** ANO; **e)** ANO

Nevím, kde je sever. Nemám hodinky. (Úhly)

01 **a)** 3; **b)** 6; **c)** 4; **d)** 1 **02** **a)** větší než, $|\sphericalangle KLM| > |\sphericalangle NLO|$; **b)** úsečka KL, $\sphericalangle MKL \cap \sphericalangle KLN = KL$; **c)** trojúhelník KLM, $\sphericalangle KLM \cap \sphericalangle KML = \triangle KLM$; **d)** nekonvexní úhel NLO, $\measuredangle NLM \cup \sphericalangle MLO = \measuredangle NLO$ **03** tabulka po sloupcích: $\alpha = 0°$; $0° < \alpha < 90°$; $\alpha = 90°$; $90° < \alpha < 180°$; $\alpha = 180°$; $\alpha = 360°$ **04** **a)** pravé: α, β; ostré: γ, η, ω; tupé: $\delta, \varepsilon, \sigma$; **b)** vedlejší: $\gamma, \delta; \varepsilon, \omega; \varepsilon, \eta; \eta, \sigma; \sigma, \omega$; vrcholové: $\alpha, \beta; \varepsilon, \sigma; \eta, \omega$; souhlasné: $\gamma, \eta; \delta, \sigma$; střídavé: $\gamma, \omega; \delta, \varepsilon$; **c)** $\alpha = 90°$, $\beta = 90°$, $\gamma = 50°$, $\delta = 130°$, $\varepsilon = 130°$, $\eta = 50°$, $\sigma = 130°$, $\omega = 50°$ **05** **a)** NE; **b)** ANO; **c)** NE; **d)** ANO **06** Úhel o velikosti 30° získáme rozpůlením úhlu o velikosti 60° pomocí osy. Úhel o velikosti 75° získáme např. sečtením úhlů o velikostech 45° a 30°. **07** **a)** $12°48'$; **b)** $24°4'48''$; **c)** $93°15'$; **d)** $127°6'36''$; **e)** $236°33'$; **f)** $348°0'18''$ **08** **a)** 54,5°; **b)** 105,2°; **c)** 212,15°; **d)** 61,23°; **e)** 177,175°; **f)** 269,856° **09** **a)** $57°17'$; **b)** $129°27'$; **c)** $233°27'$; **d)** $13°55'$; **e)** $157°27'$; **f)** $69°19'$ **10** **a)** $\alpha = 50°$, $\beta = 50°$; **b)** $\alpha = 36°$, $\beta = 72°$, $\gamma = 108°$, $\delta = 72°$ **11** **a)** $0° < \alpha < 18°$; **b)** $35° < \alpha < 80°$ **12** **a)** Využijeme vlastností střídavých úhlů a poznatku, že součet vedlejších úhlů je úhel přímý.; **b)** Využijeme vlastností střídavých úhlů. **13** $\alpha = \dfrac{\gamma + \delta}{2}$, $\beta = \gamma - \alpha$ **14** Využijeme vlastností souhlasných a střídavých úhlů. **15** Odražený paprsek se vychýlí o úhel, jehož velikost je rovna 2α. **16** Osy vedlejších úhlů svírají úhel o velikosti 90°. **17** **a)** ANO; **b)** NE; **c)** ANO; **d)** NE

Čára, curling, metaná (Metrické vlastnosti v rovině)

01 **a)** $|\sphericalangle ps| = 32°$; **b)** $|\sphericalangle pq| = 0°$; **c)** $|Xp| = 15$; **d)** $|Br| = 0$; **e)** $|pr| = 25$; **f)** $|qr| = 0$ **03** **a)** ANO; **b)** ANO; **c)** ANO; **d)** NE; **e)** NE; **f)** NE **04** **a)** Chata každé rodiny má stejnou vzdálenost od studny a zavlažovacího kanálu.; **b)** Nejblíž ke zdroji vody jsou Bednářovi. **05** **a)** $\varepsilon = 26°$; **b)** $\varepsilon = 42°$ **06** $|\sphericalangle pq| = \alpha$ **07** **a)** Tlaková složka $\boldsymbol{F_2}$ svírá s tíhovou silou $\boldsymbol{F_G}$ úhel o velikosti α. **08** **a)** NE; **b)** NE; **c)** NE; **d)** NE

Trojúhelníky

Posádka záhadně zmizela (Trojúhelník, vlastnosti trojúhelníků)

01 **a)** $\triangle ABC = \mapsto ABC \cap \mapsto BCA \cap \mapsto ACB$; **c)** $\alpha = 61°30'$, $\alpha' = 118°30'$, $\beta = 122°10'$, $\gamma = 60°40'$; **d)** $b < c < a$ **02** **a)** uvnitř; **b)** vně; **c)** ve vrcholu trojúhelníku, u něhož je pravý úhel; **d)** každého **03** **a)** uvnitř; **b)** vně; **c)** leží ve středu přepony; **d)** každému **04** **a)** NE; **b)** ANO; **c)** ANO; **d)** ANO **05** $\alpha = 77°$, $\beta = 36°$, $\gamma = 64°$, $\delta = 20°$, $\varepsilon = 60°$, $\sigma = 64°$, $\omega = 116°$ **06** A – 2, B – 4, C – 1, D – 3 **07** **a)** 726,6; **b)** 754,2; **c)** 658,8; **d)** 487,4 **08** $\alpha = 71°$, $\beta = 38°$, $\gamma = 71°$ **09** Správná odpověď je b) 112,5°. **10** Správná odpověď je a) 120°. **11** $\varepsilon = 37{,}5°$ **12** **a)** $\alpha = 55°$, $\beta = 80°$, $\gamma = 45°$; **b)** $\alpha = 20°$, $\beta = 40°$, $\gamma = 120°$; **c)** $\alpha = 45°$, $\beta = 90°$, $\gamma = 45°$; **d)** $\alpha = 115°$, $\beta = 10°$, $\gamma = 55°$ **13** **a)** Bod K je středem kružnice opsané trojúhelníku ABD.; **b)** Bod L je ortocentrem trojúhelníku BCD.; **c)** Bod M je těžištěm trojúhelníku ABC.; **d)** Bod N je středem kružnice vepsané trojúhelníku ACD. **14** Délka AB je 88. **15** **a)** $x \in (50; 78)$; **b)** $x \in (5; \infty)$ **16** $\varepsilon = 90° + \dfrac{\gamma}{2}$ **17** $\delta = 80°$, $\varepsilon = 70°$, $\mu = 40°$, $\sigma = 20°$ **18** $\alpha = 45°$

Naše Máňa, to je celá Bardotka! (Shodnost a podobnost trojúhelníků)

01 **a)** $|AB| = |LM|$, $|AC| = |LK|$, $|BC| = |MK|$; **b)** $|\sphericalangle BAC| = |\sphericalangle MLK|$, $|\sphericalangle ABC| = |\sphericalangle LMK|$, $|\sphericalangle ACB| = |\sphericalangle LKM|$ **02** tabulka po řádcích: $\triangle ABC \cong \triangle VUT$ (*sss*); $\triangle DEF \cong \triangle LJK$ (*Ssu*); $\triangle GHI \cong \triangle NOM$ (*usu*); $\triangle PQR \cong \triangle YZX$ (*sus*) **03** **a)** $|AB| : |VT| = |AC| : |VU| = |BC| : |TU|$; **b)** $|\sphericalangle BAC| = |\sphericalangle TVU|$, $|\sphericalangle ABC| = |\sphericalangle VTU|$, $|\sphericalangle ACB| = |\sphericalangle VUT|$ **04** tabulka po řádcích: $\triangle ABC \sim \triangle VTU$ (definice podobnosti); $\triangle DEF \sim \triangle YZX$ (*uu*); $\triangle GHI \sim \triangle QPR$ (*sus*); $\triangle JKL \sim \triangle OMN$ (*Ssu*) **05** **a)** ANO; **b)** ANO; **c)** ANO; **d)** ANO; **e)** ANO; **f)** NE **06** **a)** Podle věty *sus* jsou trojúhelníky shodné.; **b)** Podle věty *sus* jsou trojúhelníky shodné.; **c)** Využijeme toho, že $\triangle S_bLA \cong \triangle S_cMA$.; **d)** Využijeme toho, že $\triangle BYS_b \cong \triangle CXS_c$. **11** **a)** $d = 21$, $b = 18$; **b)** $a = 70$, $f = 9$ **12** Strom je vysoký 5 m. **13** **a)** $d = 17{,}5$ m, $e = 22{,}5$ m, $f = 30$ m; **b)** $d = 3{,}5$ m, $e = 4{,}5$ m, $f = 6$ m

© Nakladatelství Didaktis spol. s r. o.

14 **a)** Pomocí věty *sus* o podobnosti trojúhelníků.; **b)** Pomocí věty *uu* o podobnosti trojúhelníků. **15** Trojúhelníky ACC_0 a VCB_0 jsou podobné podle věty *uu*. Podle věty *uu* jsou podobné i trojúhelníky VCB_0 a VBC_0. **16** $\rho : r : R = 1 : 2 : 3$ **17** $r = 9$ cm **18** Výška třetího sloupu je 145 cm. **19** Vzdálenost paty sloupku od budovy je 8,25 m. **20** Délka úhlopříčky *PR* je přibližně 22,2 dm. **21** Délka druhého řádku je 112 m, délka čtvrtého řádku je 96 m a délka desátého řádku je 48 m.

Jak se krotí krokodýli (Pythagorova věta)

01 **a)** *k*, *m*, *l*; **c)** Obsah čtverce sestrojeného nad přeponou pravoúhlého trojúhelníku se rovná součtu obsahů čtverců sestrojených nad oběma odvěsnami.; **d)** $k^2 = l^2 + m^2$; **e)** $k = 4$ cm, $l = 3{,}2$ cm, $m = 2{,}4$ cm; Platí: $4^2 = 3{,}2^2 + 2{,}4^2$; **f)** Je-li obsah čtverce sestrojeného nad nejdelší stranou trojúhelníku roven součtu obsahů čtverců sestrojených nad zbývajícími stranami, je trojúhelník pravoúhlý. **02** trojúhelník 1: 5; 12; 13; trojúhelník 2: 60; 80; 100; trojúhelník 3: 4; 0,9; 4,1; trojúhelník 4: 24; 7; 25; trojúhelník 5: 0,11; 0,60; 0,61 **03** **a)** Základna trojúhelníku má délku 33,6 cm.; **b)** Výška na přeponu má velikost přibližně 2,4 cm.; **c)** Výška pravoúhlého lichoběžníku má velikost 4,8 cm.; **d)** Délka strany kosočtverce je $\sqrt{11}$ cm. **04** **a)** ANO; **b)** NE; **c)** ANO; **d)** ANO; **e)** NE; **f)** ANO **05** Zábradlí má délku 136 cm. **06** Uzavřena lomená čára *ABCDA* má v obou případech délku 15 cm. **07** Délka delšího lana je přibližně 363 cm. **09** **a)** 3; **b)** 1; **c)** 2; **d)** 4 **11** **a)** $(\sqrt{8})^2 = 2^2 + 2^2, (\sqrt{8})^2 = 3^2 - 1^2$; **b)** $(\sqrt{13})^2 = 3^2 + 2^2, (\sqrt{13})^2 = 7^2 - 6^2$; **c)** $(\sqrt{21})^2 = (\sqrt{13})^2 + (\sqrt{8})^2, (\sqrt{21})^2 = 5^2 - 2^2$; **d)** $(a\sqrt{3})^2 = (a^2 + a^2) + a^2, (a\sqrt{3})^2 = (2a)^2 - a^2$ **12** **a)** Strana hledaného čtverce je přepona pravoúhlého trojúhelníku, jehož odvěsny mají délky *a*, *b*.; **b)** Strana hledaného čtverce je odvěsna pravoúhlého trojúhelníku, jehož přepona má délku *b* a druhá odvěsna délku *a*.

13 **a)** pravoúhlý; **b)** tupoúhlý; **c)** ostroúhlý; **d)** tupoúhlý **14** $t_a = 2\sqrt{10}$ cm; $t_c = \sqrt{13}$ cm **15** Cesta má šířku přibližně 6,36 m. **16** Rozměry obrazovky jsou přibližně 89 cm a 50 cm. **17** Na oplocení je potřeba 48 sloupků. **18** Kašna je od nižší věže vzdálena 32 loktů a od vyšší věže 18 loktů. **19** **a)** ANO; **b)** ANO; **c)** NE; **d)** ANO

Přímo do černého, ovšem v průměru! (Euklidovy věty)

01 **c)** $v_c^2 = c_a \cdot c_b$; **d)** $c_a = 4$ cm, $c_b = 1$ cm, $v_c = 2$ cm; Platí: $2^2 = 4 \cdot 1$ **02** **c)** $a^2 = c \cdot c_a$; **d)** $c_a = 1$ cm, $c = 4$ cm, $a = 2$ cm; Platí: $2^2 = 4 \cdot 1$ **03** **a)** Euklidova věta o výšce: $v_z^2 = z_x \cdot z_y$, Euklidovy věty o odvěsně: $x^2 = z \cdot z_x$, $y^2 = z \cdot z_y$; **b)** Euklidova věta o výšce: $v_p^2 = p_m \cdot p_n$, Euklidovy věty o odvěsně: $m^2 = p \cdot p_m$, $n^2 = p \cdot p_n$
04 trojúhelník 1: 5; 1; 4; $\sqrt{5}$; $2\sqrt{5}$; 2; trojúhelník 2: 10; 6,4; 3,6; 8; 6; 4,8; trojúhelník 3: 25; 9; 16; 15; 20; 12; trojúhelník 4: 26; 8; 18; $4\sqrt{13}$; $6\sqrt{13}$; 12
05 **a)** Výška v_c vytíná na přeponě úseky dlouhé 32 cm a 8 cm.; **b)** Výška v_c vytíná na přeponě úseky dlouhé 1,8 cm a 0,6 cm. **06** **a)** $u = 4\sqrt{10}$ cm, $v = 4\sqrt{6}$ cm; **b)** $\rho = \sqrt{15}$ cm **07** Výška stožáru je 6 m. Lana mají délky přibližně 6,40 m a 5,12 m. **11** $|AB| : |BC| = 5 : 2$ **12** Martin použil Euklidovu větu pro trojúhelník *ABC*, který není pravoúhlý. **15** **a)** Vzdálenost je pro otvor *M* určena správně.; **c)** Vzdálenost *d* je v dané rovině dopadu největší pro otvor *L*.; **d)** Vzdálenost otvoru *N* od roviny dopadu je stejná jako vzdálenost otvoru *J* od hladiny.

Jak starý je sinus? (Goniometrické funkce ostrého úhlu)

01 A – 4, B – 1, C – 3, D – 2 **02** **a)** $\sin\alpha = \frac{y}{x}$, $\cos\alpha = \frac{z}{x}$, $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{y}{z}$, $\mathrm{cotg}\,\alpha = \frac{z}{y}$, $\sin\beta = \frac{z}{x}$, $\cos\beta = \frac{y}{x}$, $\mathrm{tg}\,\beta = \frac{z}{y}$, $\mathrm{cotg}\,\beta = \frac{y}{z}$; **b)** $\sin\delta = \frac{d}{f}$, $\cos\delta = \frac{e}{f}$, $\mathrm{tg}\,\delta = \frac{d}{e}$, $\mathrm{cotg}\,\delta = \frac{e}{d}$, $\sin\varepsilon = \frac{e}{f}$, $\cos\varepsilon = \frac{d}{f}$, $\mathrm{tg}\,\varepsilon = \frac{e}{d}$, $\mathrm{cotg}\,\varepsilon = \frac{d}{e}$ **03** trojúhelník *ABC*: $\sin\alpha = \frac{4}{5}$, $\cos\alpha = \frac{3}{5}$, $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{4}{3}$, $\mathrm{cotg}\,\alpha = \frac{3}{4}$; trojúhelník *KLM*: $\sin\alpha = \frac{3}{4}$, $\cos\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$, $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{3}{\sqrt{7}}$, $\mathrm{cotg}\,\alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$ **04** **a)** 0,207 9; **b)** 0,976 3; **c)** 0,703 4; **d)** 0,703 4; **e)** 2,380 8; **f)** 2,380 8 **05** **a)** $\alpha = 30°58'$; **b)** $\alpha = 75°58'$; **c)** $\alpha = 29°33'$; **d)** $\alpha = 75°47'$ **06** **a)** $\alpha = 30°$; **b)** $\alpha \doteq 39°$; **c)** $\alpha = 45°$; **d)** $\alpha = 30°$ **07** **a)** $\beta = 75°$; $a \doteq 3{,}1$ cm; $b \doteq 11{,}6$ cm; **b)** $\alpha = 49°15'$; $b \doteq 5{,}6$ cm; $c \doteq 8{,}6$ cm; **c)** $b \doteq 79{,}4$ cm; $\alpha \doteq 48°35'$; $\beta \doteq 41°25'$; **d)** $c \doteq 37{,}9$ cm; $\alpha \doteq 70°45'$; $\beta \doteq 19°15'$

08 **a)** $k \doteq 88{,}7$ cm; $l \doteq 47{,}3$ cm; $\lambda \doteq 32°14'$; $\mu \doteq 57°46'$; **b)** $k = 31$ cm; $m \doteq 21{,}4$ cm; $\lambda \doteq 46°16'$; $\mu \doteq 43°44'$ **09** A – 5, B – 7, C – 2, D – 3 **10** Výška na základnu má velikost přibližně 4,8 cm a rameno trojúhelníku má délku přibližně 7,7 cm. **11** 1. schodiště: 28°, běžné; 2. schodiště: 41°, strmé; 3. schodiště: 22°, mírné; 4. schodiště: 13°, rampové **12** Dráha plavce je přibližně o 13,25 m delší než šířka řeky. **13** Věž je od svislého směru vychýlena o úhel o velikosti 4°. **14** **a)** Velikost úhlu stoupání silnice je přibližně 4°34′.; **b)** Velikost úhlu stoupání trati je přibližně 0°41′. **15** Největší stoupání lanovky je přibližně 298 ‰. **16** Velikost pohybové složky $\boldsymbol{F_1}$ je 1 149 N, velikost tlakové složky $\boldsymbol{F_2}$ je 964 N. **17** Ramena konstrukce jsou namáhána silami o velikostech přibližně 777 N a 1 046 N. **18** Řeka je široká přibližně 47,7 m. **19** Balón vystoupal přibližně 118,7 m. **20** Věž je vysoká přibližně 90 m. **21** Sloup se zlomil ve výšce 3 m nad zemí. **22** **a)** $\alpha \doteq 53°08'$; **b)** $\beta \doteq 22°37'$ **23** $r \doteq 5{,}3$ cm; $\rho \doteq 2{,}4$ cm **24** Výška a těžnice na přeponu svírají úhel o velikosti přibližně 53°08′. **25** Artista opsal úhel o velikosti přibližně 82°. **26** Stín tyče má délku přibližně 3,42 m.

© Nakladatelství Didaktis spol. s r. o.

Říkali mu Méchanikos (Obvod a obsah trojúhelníku)

01 **a)** $o = a + b + c$; **b)** $S = \frac{a \cdot v_a}{2} = \frac{b \cdot v_b}{2} = \frac{c \cdot v_c}{2}$; **c)** $S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma = \frac{1}{2}bc\sin\alpha = \frac{1}{2}ac\sin\beta$; **d)** $S = \sqrt{s\cdot(s-a)\cdot(s-b)\cdot(s-c)}$; **e)** $S = \frac{abc}{4r}$; **f)** $S = \rho \cdot \frac{a+b+c}{2} = \rho \cdot s$ **02** **a)** 345 mm^2; **b)** 465 mm^2; **c)** 600 mm^2 **03** **a)** $o_1 = 45$ cm; **b)** $o_2 = 38$ cm; **c)** $o_3 = 40$ cm; **d)** $o_4 = 24$ cm; $o_4 < o_2 < o_3 < o_1$ **04** Stejný obsah mají trojúhelníky *GHI* a *DEF*, *ABC* a *JKL*. **05** **c)** $11 + \sqrt{13}$ **06** **a)** $v_m = 8{,}2$ cm; **b)** $S \doteq 2\,600$ cm^2 **07** **a)** $S = 360$ cm^2; **b)** $v_c = 20$ cm; **c)** $\rho = 8$ cm; **d)** $r \doteq 18$ cm **08** **a)** $\frac{1}{4}$; **b)** $\frac{1}{3}$ **09** **d)** 480 cm^2 **10** **d)** 21,6 cm **11** Oboustranné lakování bude stát 100 320 Kč. **12** Na zateplení potřebujeme 11 m^2 polystyrenu. **13** **a)** Na oplocení sadu je potřeba 270 m pletiva.; **b)** Výměra sadu je 27 a. **14** **a)** 3; **b)** 4; **c)** 2; **d)** 5 **15** $a = 18$ cm, $v = 9\sqrt{3}$ cm **16** Cache se nachází ve vzdálenosti 8,125 m od kamenů. **17** Poloměr půdorysu altánu je přibližně 3,55 m. **19** Obsah bílé části dopravní značky je přibližně 13,3 dm^2. **20** **a)** ANO; **b)** NE; **c)** NE; **d)** ANO

Mnohoúhelníky

Co je opus musivum? (Vlastnosti mnohoúhelníků)

01 **a)** protíná, není; **b)** neprotíná, je **02** Pětiúhelník *ABCDE* má 5 úhlopříček. Šestiúhelník *KLMNOP* má 9 úhlopříček. **03** počet úhlopříček: 2, 5, 9, 14, 20, 27; součet vnitřních úhlů: 360°, 540°, 720°, 900°, 1 080°, 1 260° **04** $\alpha = 75°$, $\beta = 130°$ **05** $\alpha = 84°$ **06** $\alpha = 70°$, $\beta = 110°$ **07** Čtyřikrát více úhlopříček než vrcholů má jedenáctiúhelník. **08** 104 úhlopříček má mnohoúhelník se 16 vrcholy. **09** Dráha kulečníkové koule je přibližně 305 cm.

Stůj, dej přednost v jízdě! (Pravidelné mnohoúhelníky)

01 *ADEGI*: NE, ANO, NE; *BCFGH*: ANO, ANO, ANO; *BCJKL*: ANO, NE, NE; *MOXSUZ*: ANO, ANO, ANO; *MPQRUV*: ANO, NE, NE; *NOXSTY*: NE, ANO, NE **02** **a)** $|\sphericalangle BAH| = 135°$; $|\sphericalangle PON| = 140°$; **b)** *GH*; **c)** *B*; **d)** *OP* **03** **a)** ANO; **b)** ANO; **c)** NE; **d)** NE **04** 120°, 90°, 72°, 60°, $\left(\frac{360}{7}\right)^\circ$, 45°, 40°, 36°, $\left(\frac{360}{11}\right)^\circ$, 30° **05** Pravidelný mnohoúhelník, jehož vnitřní úhly mají velikost 140°, má devět vrcholů. **06** $\alpha = 20°$, $\beta = 100°$, $\gamma = 60°$ **07** A – 4, B – 6, C – 3, D – 2 **08** **a)** Poloměr *r* kružnice mnohoúhelníku opsané je přibližně 26,3.; **b)** Poloměr ρ kružnice mnohoúhelníku vepsané je přibližně 30,2.; **c)** Vzdálenost protějších stran je přibližně 55,4.; **d)** Vzdálenost vrcholu od protější strany je přibližně 43,1. **09** Delší stranu má zadaný pravidelný dvanáctiúhelník. **10** **a)** šestiúhelník *ABCDEF*: $S \doteq 1\,624$ mm^2, $o = 150$ mm; **b)** osmiúhelník *ABCDEFGH*: $S \doteq 1\,765$ mm^2, $o \doteq 153$ mm **11** Kašna zabírá přibližně 2 % plochy náměstí. **12** Dlaždice mají délky stran přibližně 245 mm. Šířka chodníku je přibližně 1 919 mm. **13** Vzdálenost středů dlabů je přibližně 198 mm. **14** Protější nohy stolu jsou vzdáleny přibližně 89,5 cm. **15** Osmiúhelník zakreslený ve čtvercové síti není pravidelný. Jeho obsah není roven osminásobku obsahu trojúhelníku *ABS*. **16** Vzdálenost sousedních vrcholů záhonu je přibližně 7,5 m. **17** **a)** ANO; **b)** NE; **c)** ANO; **d)** NE

Dobře namalovaný obraz (Čtyřúhelníky)

01 schéma po řádcích zleva doprava: konvexní čtyřúhelníky; různoběžníky, rovnoběžníky, lichoběžníky; obecné, deltoidy, obecné, pravoúhlé, rovnoramenné; pravoúhelníky, kosoúhelníky; čtverce, obdélníky, kosočtverce, kosodélníky. **02** **a)** opsat; $\alpha + \gamma = \beta + \delta = 180°$; **b)** vepsat; $o + q = p + r$ **03** čtverec: ano, ano, ne, ne, ano, ano, ano, ano, ano, ano, ano, ano; obdélník: ano, ano, ne, ne, ne, ano, ano, ano, ano, ne, ne, ano; kosočtverec: ano, ano, ne, ne, ano, ano, ano, ne, ano, ano, ano, ne; kosodélník: ano, ano, ne, ne, ne, ano, ano, ne, ano, ne, ne, ne; lichoběžník: ano, ne, ne, ano, ne, ne, ne, ne, ne, ne, ne, ne; deltoid: ano, ne, ano, ne, ne, ne, ne, ne, ne, ano, ano, ne **04** shora dolů: 4, 6, 6, 8, 6, 3 **05** **a)** plný; **b)** 3; **c)** 4; **d)** 3 **06** Střed kružnice opsané rovnoramennému lichoběžníku je průsečíkem os stran. Střed kružnice vepsané deltoidu je průsečíkem os vnitřních úhlů. **07** velký čtverec: poloměr kružnice opsané $r = 2\sqrt{2}$ cm, poloměr kružnice vepsané $\rho = 2$ cm; malý čtverec: poloměr kružnice opsané $r' = 2$ cm, poloměr kružnice vepsané $\rho' = \sqrt{2}$ cm **08** **a)** $\delta = 89°$; **b)** $\alpha = 60°$, $\beta = 120°$, $\gamma = 60°$, $\delta = 120°$; **c)** $\alpha = 52°$, $\beta = 128°$, $\gamma = 52°$, $\delta = 128°$; **d)** $\alpha = 95°$, $\gamma = 110°$; **e)** $\alpha = 75°$, $\delta = 95°$ **09** **a)** 6; $6\sqrt{2}$; 3; $3\sqrt{2}$; 24; 36; **b)** 4; 2; $2\sqrt{5}$; $\sqrt{5}$; 12; 8; **c)** 8,5; 15; 8; 3,5; 34; 60; **d)** 8; 6; 4,5; 6; 28; 36; **e)** 30; 25; 16; 24; 96; 552; **f)** 1,5; 2; 2,5; 2,4; 7; 3 **10** Obvod obdélníku je 61,2 cm. Obsah obdélníku je přibližně 227 cm^2. **11** Obvod kosočtverce je 40 cm. Výška kosočtverce má velikost 9,6 cm. **12** Střední příčka lichoběžníku má délku 28 cm. Obvod lichoběžníku je 90 cm. Obsah lichoběžníku je 420 cm^2. **13** Obvod lichoběžníku je $4\left(5 + \sqrt{3}\right)$ cm. Obsah lichoběžníku je $24\sqrt{3}$ cm^2. **14** **a)** Obsah lichoběžníku *BCFE* je 6,3 cm^2.; **b)** Obsah rovnoběžníku *AECF* je 9,6 cm^2. **15** A – 4, B – 2, C – 5, D – 1 **16** nabídka firmy *A*: 51 240 Kč, nabídka firmy *B*: 52 670 Kč; Finančně výhodnější je nabídka firmy *A*. **17** Velikost výsledné síly je přibližně 12 990 N. **18** Obsah společné části obou cest je přibližně 29 m^2. **19** Na zhotovení krytiny je potřeba plechový pás dlouhý přibližně 1 205 mm. **20** Nosná plocha křídla je přibližně 10,3 m^2. **21** Obsah parcely je přibližně 1 707 m^2. **22** Paní Nováková zaplatí za pozemek daň ve výši 98 Kč. **23** **a)** Obsah průřezu koryta je přibližně 123 m^2.; **b)** Obsah průřezu zaplněné části koryta je přibližně 78,7 m^2. **24** Délka strany kosočtverce je $2\sqrt{5}$ dm. **25** Šířka záhonu je $2\sqrt{2}$ m. **26** Podložku lze z dané kruhové desky vyřezat, protože poloměr kružnice opsané lichoběžníku je menší než poloměr kruhové desky. **27** Délky delší a kratší strany listu formátové řady A jsou v poměru $\sqrt{2} : 1$. Rozměry listu A4 jsou 210 mm a 297 mm. **28** **a)** NE; **b)** NE; **c)** ANO; **d)** NE

© Nakladatelství Didaktis spol. s r. o.

Kružnice, kruh

Za jediný den (Kružnice, úhly příslušné oblouku kružnice)

01 **a)** ANO; **b)** ANO **02** $\omega = 2\alpha = 2\gamma$ **03** **a)** ANO; **b)** NE; **c)** ANO; **d)** ANO **04** A **05** tabulka po sloupcích: oblouk 1: 110°, 55°, 55°; oblouk 2: 180°, 90°, 90°; oblouk 3: 262°48′, 131°24′, 131°24′ **06** Thaletova kružnice nad průměrem *AB* **07** **a)** Střed kružnice procházející třemi danými body je průsečíkem os úseček (tětiv) určených těmito body.; **b)** Na oblouku zvolíme libovolný bod různý od bodů *A*, *B* a řešíme jako úlohu a). **08** **a)** $|AB| = 4\sqrt{5}$ cm; **b)** $|AB| \doteq 9{,}9$ cm; **c)** $|AB| = 8\sqrt{2}$ cm **09** Vzdálenost tětiv může být 14,9 cm nebo 2,1 cm. **10** Délka uzavřené části silnice je přibližně 1,4 km. **11** $\alpha = 75°$, $\beta = 45°$, $\gamma = 60°$ **12** S využitím vlastností středových a obvodových úhlů určíme velikosti vnitřních úhlů v trojúhelníku, který má vrcholy ve dvou z bodů označených čísly 2, 9, 6, 11 a třetí vrchol je průsečík uvažovaných úseček spojujících tyto body. **13** $|\sphericalangle HAB| = 120°, |\sphericalangle ABE| = 100°, |\sphericalangle BEH| = 60°, |\sphericalangle EHA| = 80°$ **14** Cesty svírají úhel o velikosti 67,5°. **15** **a)** zvětší se, čtyřikrát; **b)** zmenší se, dvakrát; **c)** zmenší se, o 20°; **d)** zvětší se, o 68° **16** **a)** $\delta = 35°$; **b)** $\varepsilon = 25°$ **17** Poloměr kružnice, jejíž částí je mostní oblouk, je 22,5 m. **18** Rozpětí klenby je přibližně 5,8 m. **19** Délka společné tětivy obou kružnic je 2,4 cm.

Když bílá není bílá (Kruh, části kruhu)

01 **a)** kruhová úseč; **b)** kruhová výseč **02** **a)** *r*, *d*; **b)** ω; **c)** r^2, 4; **d)** ω **03** $l_1 < l_2 < l_3$ $(48\pi < 50\pi < 52\pi)$ **04** $l_1 < l_2 < l_3$ $(42\pi < 44\pi < 45\pi)$ **05** $S_3 < S_2 < S_1$ **06** $S_A = S_D = S_F = S_G = S_H$; $S_B = S_C = S_E$ **07** **a)** $r \doteq 52$ dm; **b)** $d \doteq 0{,}425$ km; **c)** $\omega \doteq 102°$; **d)** $r \doteq 63{,}7$ cm **08** **a)** Mantinel má délku přibližně 162 m.; **b)** Kruhy pro vhazování tvoří přibližně 19,2 % celkové plochy ledu. **09** **a)** 1 759 cm²; **b)** 1 683 cm² **10** **a)** 489 mm²; **b)** 299 mm²; **c)** 3 620 mm²; **d)** 0,14 % **11** **a)** $S_a = \pi r^2 - 2r^2$; $l_a = 2\pi r\sqrt{2}$; **b)** $S_b = 2\pi r^2 - 3r^2\sqrt{3}$; $l_b = 4\pi r$

Rybička, plamének, mniška (Vzájemná poloha přímek a kružnic)

01 tabulka po sloupcích: Bod *X* leží ve vnitřní oblasti kružnice *k*. $|XS| < r$; Bod *Y* leží ve vnější oblasti kružnice *k*. $|YS| > r$; Bod *Z* leží na kružnici *k*. $|ZS| = r$ **02** tabulka po řádcích: přímka *n*, 0, $|Sn| > r$, vnější přímka; přímka *p*, 1, $|Sp| = r$, tečna; přímka *q*, 2, $|Sq| < r$, sečna **03** **a)** Jedna kružnice leží ve vnější oblasti druhé kružnice. Kružnice nemají žádný společný bod.; **b)** Kružnice mají vnější dotyk.; **c)** Kružnice k_2 leží uvnitř kružnice k_1, kružnice nemají žádný společný bod.; **d)** Kružnice mají vnitřní dotyk.; **e)** Kružnice se protínají ve dvou bodech.; **f)** Kružnice k_2 leží uvnitř kružnice k_1, soustředné kružnice, nemají žádný společný bod. **04** **a)** A, E; **b)** B, D; **c)** C **05** bod *M*: 0 tečen; bod *N*: 2 tečny; bod *O*: 1 tečna **08** **a)** $\triangle SAT_1 \cong \triangle SAT_2$ (věta *Ssu*); **b)** $|AT_1| = \sqrt{5}$ cm; **c)** $|T_1T_2| = \dfrac{4\sqrt{5}}{3}$ cm; **d)** $|\sphericalangle t_1t_2| \doteq 84°$ **09** $|PS_1| = 9$ cm **10** **a)** $(3 + 2\sqrt{3})$ cm; **b)** 9 cm **11** **a)** $S \doteq 44$ cm²; **b)** $r_2 \doteq 6{,}36$ dm; **c)** $r_1 \doteq 6$ m; $r_2 \doteq 3$ m; **d)** $r_1 \doteq 5{,}5$ cm; $r_2 \doteq 3{,}5$ cm **12** Na chodník je potřeba přibližně 2 827 kg štěrku. **13** Obsahy mezikruží se sobě rovnají $\left(S_1 = S_2 = \pi\dfrac{a^2}{4}\right)$. **14** Svodidla mají délku přibližně 67,6 m. **15** Plavec vidí obzor ve vzdálenosti 1 129 m a člověk na vrcholu hory ve vzdálenosti 113 km. **16** Poloměr kružnice je 70 cm.

Množiny bodů dané vlastnosti

Uvázali kozu u trna (Základní množiny bodů)

01 Množina všech bodů *X* v rovině ρ, které mají od bodu *A* vzdálenost 1 cm., $M = \{X \in \rho; |XA| = 1\,\text{cm}\}$; $M = \{X \in \rho; |XA| = |XB|\}$, osa úsečky *AB*; Množina všech bodů *X* v rovině ρ, které mají od dané přímky *a* vzdálenost 1 cm., dvě přímky *p*, *q*, které jsou rovnoběžné s přímkou *a* a mají od ní vzdálenost 1 cm; $M = \{X \in \rho; |Xa| = |Xb|\}$, osa rovinného pásu ohraničeného přímkami *a*, *b*; Množina všech bodů *X* v rovině ρ, které mají od dvou daných různoběžek *a*, *c* stejnou vzdálenost., $M = \{X \in \rho; |Xa| = |Xc|\}$; Množina všech bodů *X* v rovině ρ, z nichž je vidět úsečku *AB* pod úhlem o velikosti 90°., Thaletova kružnice nad průměrem *AB*. **02** $M_1 = \{X \in \rho; |\sphericalangle AXB| = 60°\}$, $M_2 = \{X \in \rho; |\sphericalangle AXB| = 120°\}$ **03** $\alpha = 90°, \alpha = 55°, \alpha = 125°$ **04** **a)** $M = \{X \in \rho; |XS| \le r\}$; **b)** $M = \{X \in \rho; r_1 \le |XS| \le r_2\}$; **c)** $M = \{X \in \sphericalangle AVB; |X, \mapsto VA| = |X, \mapsto VB|\}$; **d)** $M = \{X \in \rho; |XA| \le |XB|\}$ **05** **a)** kružnice *k* se středem v bodě *A* a poloměrem 2 cm; **b)** osa *o* úsečky *KL*; **c)** dvojice rovnoběžek *a*, *b*, ležících v opačných polorovinách s hraniční přímkou *p* ve vzdálenosti 2 cm od přímky *p*; **d)** osa *o* rovinného pásu ohraničeného přímkami *p*, *q*; **e)** dvojice kolmých přímek, na kterých leží osy o_1, o_2, o_3, o_4 všech čtyř úhlů vymezených různoběžkami *p*, *q*, kromě jejich průsečíku; **f)** kolmice *a* na přímku *p*, procházející bodem *T*, kromě bodu *T*; **g)** přímka *ST* kromě bodů *S* a *T*; **h)** dvě soustředné kružnice $l_1(S;\ 2\ \text{cm})$, $l_2(S;\ 4\ \text{cm})$; **i)** dvě soustředné kružnice $l_1(S;\ 3{,}5\ \text{cm})$, $l_2(S;\ 1{,}5\ \text{cm})$ **06** **a)** NE; **b)** ANO; **c)** ANO; **d)** NE; **e)** ANO; **f)** ANO **07** přímka *q*, která leží v polorovině *pA*, je rovnoběžná s přímkou *p* a její vzdálenost od přímky *p* je rovna $|Ap| : 2$ **08** kružnice $k'(S;\ 2{,}5\ \text{cm})$ **09** **a)** kružnice $k'(S;\ r')$, $r' = \sqrt{r^2 - \left(\dfrac{l}{2}\right)^2}$; **b)** kružnice $k'\left(S'; \dfrac{r}{2}\right)$ kromě bodu *A*, S' je střed úsečky *AS* **10** Hledanou množinou je dvojice přímek p_1, p_2 rovnoběžných s přímkami *a*, *b*, pro které platí: $|p_1a| : |p_1b| = 3 : 2$, $|p_2a| : |p_2b| = 3 : 2$ **11** Hledanou množinou bodů je část roviny ohraničená Thaletovou kružnicí nad průměrem *AB* a ekvigonálou úsečky *AB* pro úhel 45°, přičemž hraniční křivky a body *A*, *B* do množiny nepatří. **12** Bod *X* je průnikem ekvigonál $\varepsilon(AB; 120°)$, $\varepsilon(AC; 120°)$, $\varepsilon(BC; 120°)$.

© Nakladatelství Didaktis spol. s r. o.

Geometrii milují i bohové (Konstrukční úlohy řešené s využitím množin bodů)

01 **a)** ANO; **b)** ANO; **c)** ANO; **d)** NE; **e)** NE; **f)** ANO **02** **a)** Úloha má 2 řešení.; **b)** Úloha má 2 řešení. **03** **a)** Úloha má 1 řešení.; **b)** Úloha má 4 řešení. **04** **a)** Úloha má 1 řešení.; **b)** Úloha má 1 řešení. **05** **a)** Úloha má 1 řešení.; **b)** Úloha má 2 řešení. **06** **a)** Úloha má 1 řešení.; **b)** Úloha má 1 řešení. **08** Úloha je polohová. Hledaný vrchol *B* trojúhelníku *ABC* leží: 1. na přímce *p*, která je rovnoběžná s přímkou *AC* a jejíž vzdálenost od přímky *AC* je rovna v_b, 2. na ekvigonále úsečky *AC* pro úhel o velikosti β. Úloha má 4 řešení. **09** Úloha je nepolohová. Sestrojíme rovnoběžné přímky *p*, *q* ve vzdálenosti v_b. Na přímce *q* zvolíme libovolný bod *B*. Hledáme vrcholy *A*, *C* trojúhelníku *ABC*. Vrchol *A* leží: 1. na přímce *p*, 2. na kružnici $k(B;\ c)$. Vrchol *C* leží: 1. na přímce *p*, 2. na kružnici $l(B;\ a)$. Úloha má 2 řešení. **10** Úloha je nepolohová. Sestrojíme trojúhelník S_aCT podle věty *sss*: $|S_aC|=\frac{1}{2}a$, $|CT|=\frac{2}{3}t_c$, $|TS_a|=\frac{1}{3}t_a$. Hledáme vrcholy *A* a *B*. Vrchol *A* leží: 1. na polopřímce S_aT, 2. na kružnici $k(S_a;\ t_a)$. Vrchol *B* leží: 1. na polopřímce CS_a, 2. na kružnici $l(C;\ a)$. Úloha má 1 řešení. **11** **a)** Úloha je nepolohová. Řešíme ji umístěním úsečky *AB*, $|AB|=c$. Označme A_0 patu výšky v_a a S_a střed strany *BC*. Pro hledané body platí: $A_0\in\tau_{AB}\cap k(A;\ v_a)$, $S_a\in\leftrightarrow BA_0\cap l(A;\ t_a)$, $C\in\leftrightarrow BA_0\cap m(S_a;\ |S_aB|)$. Úloha má 2 řešení.; **b)** Úloha je nepolohová. Řešíme ji umístěním úsečky AA_0, $|AA_0|=v_a$. Pro hledané body platí: $B\in p\cap k(A;\ c)$, $p\perp AA_0$, $A_0\in p$, $S_a\in p\cap l(A;\ t_a)$, $C\in p\cap m(S_a;|BS_a|)$. Úloha má 2 řešení. **12** Úloha je nepolohová. Využijeme vlastnosti střídavých úhlů: $|\sphericalangle CAB|=|\sphericalangle DCA|$. Sestrojíme $\triangle ABC$ podle věty *usu* $(|AB|, |\sphericalangle CAB|, |\sphericalangle ABC|)$. Vrchol *D* leží: 1. na přímce *p* rovnoběžné s přímkou *AB* a procházející bodem *C*, 2. na kružnici $k(A;\ |AD|)$. Úloha má 2 řešení. **13** Úloha je nepolohová. Začneme narýsováním přímek *p*, *q*, na kterých leží protější strany *AB* a *CD* kosočtverce. Vzdálenost těchto přímek je rovna průměru 2ρ kružnice kosočtverci vepsané. Na přímce *p* zvolíme libovolný bod *A*. Hledáme zbývající tři vrcholy *B*, *C*, *D*. Vrchol *B* leží: 1. na přímce *p*, 2. na kružnici $k(A;\ a)$. Vrchol *D* leží: 1. na přímce *q*, 2. na kružnici $k(A;\ a)$. Vrchol *C* leží: 1. na přímce *q*, 2. na přímce *r* rovnoběžné s přímkou *AD* a procházející bodem *B*. Úloha má 2 řešení. **14** Úloha je nepolohová. Sestrojíme trojúhelník *ABC* podle věty *Ssu* $(|AC|, |BC|, |\sphericalangle ABC|)$. Zbývající vrchol *D* leží: 1. na rameni *BY* úhlu *CBY*, $|\sphericalangle CBY|=|\sphericalangle DBC|$, 2. na rameni *CZ* úhlu *BCZ*, $|\sphericalangle BCZ|=|\sphericalangle BCD|$. Úloha má 1 řešení. **15** Úloha je polohová. Středy *S* hledaných kružnic *k* leží: 1. na ose *o* rovinného pásu vymezeného rovnoběžnými přímkami *a*, *b*, 2. na přímkách o_1, o_2, na kterých leží osy úhlů svíraných přímkami *a*, *c*. Úloha má 2 řešení. **16** Úloha je polohová. Středy *S* hledaných kružnic *k* leží: 1. na přímce *TO*, 2. na ose *o* úsečky *TA*. Úloha má 1 řešení. **17** Úloha je polohová. Středy *S* hledaných kružnic *k* leží: 1. na sjednocení dvou soustředných kružnic $m(O;\ r)$ a $m'(O;\ r')$, $r=2{,}5\ \text{cm}+1{,}5\ \text{cm}=4\ \text{cm}$, $r'=2{,}5\ \text{cm}-1{,}5\ \text{cm}=1\ \text{cm}$, 2. na sjednocení dvou přímek q, q' rovnoběžných s přímkou *p* ve vzdálenosti 1,5 cm. Úloha má 2 řešení. **18** Úloha je nepolohová. Úlohu vyřešíme umístěním kružnice $k(S;\ r)$ trojúhelníku *ABC* opsané. Na ní zvolíme libovolný bod *B*. Hledáme zbývající vrcholy *A*, *C*. Vrchol *C* leží: 1. na kružnici *k*, 2. na kružnici $l(B;\ a)$. Vrchol *A* leží: 1. na kružnici *k*, 2. na přímce *p* rovnoběžné s přímkou *BC* ve vzdálenosti v_a. Úloha má 2 řešení. **19** Úloha je nepolohová. Umístíme stranu *AB*, $|AB|=c$. Hledaný vrchol *C* leží: 1. na rameni *AX* úhlu *BAX*, $|\sphericalangle BAX|=\alpha$, 2. na tečně *t* z bodu *B* ke kružnici $k(S;\ \rho)$ hledanému trojúhelníku *ABC* vepsané. Sestrojíme kružnici $k(S;\ \rho)$. Střed *S* kružnice *k* leží: 1. na ose *o* úhlu *BAX*, $|\sphericalangle BAX|=\alpha$, 2. na přímce *p* rovnoběžné s přímkou *AB* ve vzdálenosti ρ. Sestrojíme tečnu *t* z bodu *B* ke kružnici *k*. Bod dotyku *T* tečny *t* a kružnice *k* leží: 1. na kružnici *k*, 2. na Thaletově kružnici τ_{SB} nad průměrem *SB*. Úloha má 1 řešení. **20** Úloha je nepolohová. Trojúhelník *ABC* doplníme na rovnoběžník *ABXC*. Průsečík *S* úhlopříček tohoto rovnoběžníku je střed strany *BC* hledaného trojúhelníku. Umístíme úsečku *AB*, $|AB|=c$. Vrchol *X* leží: 1. na přímce *p* rovnoběžné s přímkou *AB* ve vzdálenosti v_c, 2. na kružnici $k(A;\ 2t_a)$. Vrchol *C* leží: 1. na polopřímce *BS*, *S* je střed úsečky *AX*, 2. na přímce *p*. Úloha má 2 řešení. **21** Úloha je nepolohová. Strany *AB* a *CD* kosočtverce *ABCD* leží na přímkách *p*, *q*, které jsou rovnoběžné a jejichž vzdálenost je rovna výšce *v* kosočtverce. Na přímce *p* zvolíme libovolný bod *A*. Vrchol *C* leží: 1. na přímce *q*, 2. na kružnici $k(A;|AC|)$. Úhlopříčky kosočtverce se půlí a jsou na sebe kolmé. Vrchol *B* (*D*) leží: 1. na ose *o* úsečky *AC*, 2. na přímce *p* (*q*). Úloha má 1 řešení. **22** Úloha je nepolohová. Umístíme stranu *AB*, $|AB|=a$. Strana *CD* leží na přímce *p* rovnoběžné s přímkou *AB* ve vzdálenosti v_a. Průsečík úhlopříček *S* hledaného rovnoběžníku leží: 1. na ose *o* rovinného pásu vymezeného přímkami *AB* a *p*, 2. na ekvigonále $\varepsilon(AB;|\sphericalangle ASB|)$. Vrchol *C* (*D*) leží: 1. na přímce *p*, 2. na polopřímce *AS* (*BS*). Protože ekvigonála $\varepsilon(AB;\ 120°)$ neprotíná přímku *o*, úloha nemá řešení. **23** Úloha je polohová. Musíme uvažovat dvě možnosti: Hledaná kružnice *m* má s kružnicí k_1 vnitřní dotyk a s kružnicí k_2 vnější dotyk. Poloměr kružnice *m* je 1 cm. Střed *O* kružnice *m* leží: 1. na kružnici $l(A;\ 1\ \text{cm})$, 2. na kružnici $k(S;\ 4\ \text{cm})$. Hledaná kružnice m' má s oběma kružnicemi k_1, k_2 vnitřní dotyk. Kružnice m' má poloměr 4 cm. Střed O' kružnice m' leží: 1. na kružnici $l'(A;\ 4\ \text{cm})$, 2. na kružnici $k'(S;\ 1\ \text{cm})$. Úloha má 4 řešení. **24** Délky stran v měřítku 1 : 5 000: $|AB|=7\ \text{cm}$, $|BC|=5\ \text{cm}$, $|CD|=3\ \text{cm}$, $|AD|=4\ \text{cm}$. Označme *X* průsečík strany *AB* a přímky *r* rovnoběžné se stranou *BC* a procházející bodem *D*. Úsečka *DX* rozdělí lichoběžník *ABCD* na trojúhelník *AXD* a rovnoběžník *XBCD*. Sestrojíme trojúhelník *AXD* podle věty *sss*: $|AX|=|AB|-|CD|=4\ \text{cm}$, $|XD|=|BC|=5\ \text{cm}$, $|AD|=4\ \text{cm}$. Vrchol *B* leží: 1. na polopřímce *AX*, 2. na kružnici $k(A;\ |AB|)$. Vrchol *C* leží: 1. na přímce *p*, která prochází bodem *D* a je rovnoběžná s přímkou *AB*, 2. na přímce *q*, která prochází bodem *B* a je rovnoběžná s přímkou *XD*. Úloha má 1 řešení.

Shodná a podobná zobrazení

Jaký tvar může mít dlažba? (Osová a středová souměrnost)

01 $ABCD\cong NMPO$, nepřímá shodnost; $ABCD\cong ILKJ$, nepřímá shodnost; $MNOP\cong JKLI$, přímá shodnost; $EFGH\cong RQTS$, nepřímá shodnost **05** **a)** $A_1'[3;\ 1]$; **b)** $A_2'[1;\ -3]$; **c)** $A_3'[3;\ -1]$; **d)** $A_4'[7;\ -3]$ **06** **a)** $B_1'[-x_B;\ y_B]$; **b)** $B_2'[x_B;\ -y_B]$; **c)** $B_3'[y_B;\ x_B]$; **d)** $B_4'[-x_B;\ -y_B]$ **07** **a)** Osa *o* je osou úsečky *AB*, střed *S* je středem úsečky *AB*.; **b)** Osa *o* je totožná s přímkou *AB*, středová souměrnost neexistuje. **08** **a)** Osa *o* je vnější přímkou kružnice *k*.; **b)** Osa *o* je tečnou kružnice *k*.; **c)** Osa *o* je sečnou kružnice *k*.; **d)** Osa *o* prochází středem kružnice *k*. **09** **a)** Střed *S* leží ve vnější nebo vnitřní oblasti kružnice *k*.; **b)** Střed *S* leží na kružnici *k*.; **c)** Středová souměrnost neexistuje.; **d)** Střed *S* splývá se středem kružnice *k*. **10** **a)** 8 os souměrnosti, 1 střed souměrnosti; **b)** 4 osy souměrnosti, 1 střed souměrnosti; **c)** 1 osa souměrnosti, nemá střed souměrnosti; **d)** 1 osa souměrnosti, nemá střed souměrnosti **11** **a)** ANO; **b)** NE; **c)** ANO; **d)** ANO; **e)** NE; **f)** ANO **13** Rameno *VL* je obrazem ramene *VK* v osové souměrnosti s osou *p*. Bod K' leží

© Nakladatelství Didaktis spol. s r. o.

na rameni *VL* hledaného úhlu *KVL* a je obrazem bodu *K* v osové souměrnosti určené přímkou *p*. Vrchol *V* tohoto úhlu najdeme jako průsečík přímky $K'L$ s přímkou *p*. Je-li přímka *p* osou úsečky *KL*, úloha má nekonečně mnoho řešení. V ostatních případech má úloha 1 řešení. **14** **a)** Hledaný bod *M* je průsečíkem přímky *m* a úsečky $A'B$, kde $O(p)$: $A \rightarrow A'$; **b)** Využijeme trojúhelníkovou nerovnost. **15** Hledaný bod *X* je průsečíkem přímky s_1 a s_2', kde přímka s_2' je obrazem přímky s_2 ve středové souměrnosti se středem *B*. Bod *Y* je obrazem bodu *X* ve středové souměrnosti se středem *B*. Úloha má 1 řešení. **16** Bod *L* je středem souměrnosti úsečky *PQ*. Sestrojíme kružnici k', která je obrazem kružnice *k* ve středové souměrnosti se středem v bodě *L*. Kružnice k' protíná úsečku *AD* v bodě *Q*. Bod *P* je obrazem bodu *Q* ve středové souměrnosti se středem *L*. Úloha má 2 řešení.
17 Úlohu řešíme umístěním úsečky *AB*, sestrojením úhlu β. Na polopřímce *BC* leží pomocný bod *D* tak, že $|BD| = a + b$. Protože trojúhelník *ACD* je rovnoramenný, leží bod *C* na ose úsečky *AD*. Úloha má 1 řešení. **18** Konstrukci trojúhelníku *ABC* provedeme doplněním na rovnoběžník *ABCD* se stranami délek $|AB| = c$, $|BC| = a$ a úhlopříčkou *BD* o délce $2t_b$. Úloha má 1 řešení.

Hvězdice a medúzy (Otočení a posunutí)

04 Shodně orientované jsou úsečky ***AB***, ***GH*** a ***EF***. Shodně orientované úsečky se stejnou délkou jsou ***AB*** a ***GH***. **09** **a)** $\varphi_1 = 120°$, $\varphi_2 = 240°$; **b)** $\varphi_1 = 90°$, $\varphi_2 = 180°$, $\varphi_3 = 270°$; **c)** $\varphi_1 = 72°$, $\varphi_2 = 144°$, $\varphi_3 = 216°$, $\varphi_4 = 288°$; **d)** $\varphi \in (0°; 360°)$ **10** **a)** ANO; **b)** NE; **c)** ANO; **d)** ANO; **e)** ANO; **f)** NE **11** Bod *B* získáme jako průsečík přímky a', která je obrazem přímky *a* v otočení $\mathcal{R}(C;\, 45°)$, a přímky *b*. Bod *A* leží na průniku kružnice $k(C;\, |CB|)$ a přímky *a*. Úloha má 2 řešení. **12** Bod *L* získáme jako průsečík kružnice k', která je obrazem kružnice *k* v otočení $\mathcal{R}(M;\, 60°)$, a přímky *l*. Bod *K* leží na průniku kružnice $m(M;\, |ML|)$ a kružnice *k*. Úloha má 2 řešení. **13** *K* je obrazem bodu *L* v posunutí $\mathcal{T}$ (***BA***). Orientovaná úsečka ***BA*** určuje posunutí, ve kterém se přímka *l* zobrazí na přímku l'. Průsečík přímky l' s kružnicí *k* je hledaným bodem *K*. Druhý koncový bod úsečky – bod *L* leží na přímce *l* a na přímce *p*, která je rovnoběžná s úsečkou *AB*. Úloha má 2 řešení. **14** Narýsujeme pomocný čtverec $K'L'M'N'$ $(K''L''M''N'')$, který splňuje všechny podmínky zadání kromě té, že jeho vrchol $K' = K''$ leží na úsečce *AB*. Bodem $K' = K''$ vedeme rovnoběžku *p* s přímkami *l* a *n*. Bod $K_1 = K_2$ je průsečík přímky *p* a úsečky *AB*. V posunutí určeném $\boldsymbol{K'K_1}$ $(\boldsymbol{K''K_2})$ sestrojíme čtverec $K_1L_1M_1N_1$ $(K_2L_2M_2N_2)$, který je obrazem čtverce $K'L'M'N'$ $(K''L''M''N'')$. Úloha má 2 řešení. **15** Využijeme posunutí bodu (označeného ZŠ nebo SA) o vzdálenost *d* ve směru kolmém k silnici.

Hlavně nerozsvěcuj, vyvolávám! (Stejnolehlost)

01 tabulka po řádcích: $\kappa = 2$, $\kappa = -2$, $\kappa = \frac{1}{3}$, $\kappa = -\frac{1}{3}$, $\kappa = 1$, $\kappa = -1$ **06** **b)** Trojúhelník $A_1B_1C_1$ je obrazem trojúhelníku *ABC* ve stejnolehlosti $\mathcal{H}(T;\, \kappa)$, $\kappa = -\frac{1}{2}$ **07** **c)** $\kappa_3 = \frac{5}{7}$; **d)** $\kappa_4 = \frac{7}{3}$ **08** Obvod lichoběžníku se zvětšil 2,5krát. Obsah lichoběžníku se zvětšil 6,25krát. **09** **a)** NE; **b)** ANO; **c)** NE; **d)** ANO; **e)** NE; **f)** ANO; **g)** ANO; **h)** ANO **11** **a)** 4 tečny; **b)** 3 tečny; **c)** 2 tečny; **d)** 1 tečna; **e)** 0 tečen; **f)** 0 tečen; **g)** 2 tečny **12** Sestrojíme pomocný trojúhelník $A'B'C'$ s vnitřními úhly o velikostech $\alpha' = \alpha = 45°$ a $\beta' = \beta = 60°$. Hledaný trojúhelník *ABC* je obrazem trojúhelníku $A'B'C'$ ve stejnolehlosti $\mathcal{H}(C';\, \kappa)$, kde $\kappa = \frac{t_c}{t_c'}$, $t_c = 5$ cm; t_c' je délka těžnice pomocného trojúhelníku $A'B'C'$. Úloha má 1 řešení. **13** Sestrojíme pomocný kosočtverec $A'B'C'D'$, pro jehož délky úhlopříček e', f' platí: $e' : f' = 3 : 5$. Hledaný kosočtverec *ABCD* je obrazem kosočtverce $A'B'C'D'$ ve stejnolehlosti $\mathcal{H}(A';\, \kappa)$, kde $\kappa = \frac{a}{a'}$, $a = 4{,}5$ cm; a' je délka strany pomocného kosočtverce $A'B'C'D'$. Úloha má 1 řešení.
14 Pro hledanou tětivu *RQ* platí: $|RP| : |QP| = 5 : 4$. Bod *Q* je obrazem bodu *R* ve stejnolehlosti $\mathcal{H}(P;\, \kappa)$, $\kappa = -\frac{4}{5}$. Protože bod *R* leží na kružnici *k*, leží bod *Q* na kružnici k', která je obrazem kružnice *k* ve stejnolehlosti $\mathcal{H}(P;\, \kappa)$, kde $\kappa = -\frac{4}{5}$. Bod *Q* je průnikem kružnic *k* a k'. Úloha má 2 řešení. **15** Sestrojíme pomocný čtverec $A'B'C'D'$ s libovolnou délkou strany tak, aby vrcholy A' a B' ležely na straně *KL* a vrchol D' ležel na straně *MK*. Čtverec *ABCD* je obrazem čtverce $A'B'C'D'$ ve stejnolehlosti $\mathcal{H}(K;\, \kappa)$, kde $\kappa = \frac{|KC|}{|KC'|}$, $C \in ML$. Úloha má 1 řešení. **16** Sestrojíme pomocnou kružnici *l* se středem *O*, která se dotýká přímek *m*, *n*. Hledané kružnice k_1, k_2 jsou obrazem kružnice *l* ve stejnolehlostech se středem v bodě *V*, $V \in m \cap n$. Vzor M' (M'') bodu *M* leží na kružnici *l* a polopřímce *VM*. Střed S_1 hledané kružnice k_1 leží na ose *o* úhlu určeného přímkami *m*, *n* a bodem *M* a na přímce *a*, $M \in a$, $a \parallel M'O$. Střed S_2 hledané kružnice k_2 leží na ose *o* úhlu určeného přímkami *m*, *n* a bodem *M* a na přímce *b*, $M \in b$, $b \parallel M''O$. Úloha má 2 řešení.

© Nakladatelství Didaktis spol. s r. o.